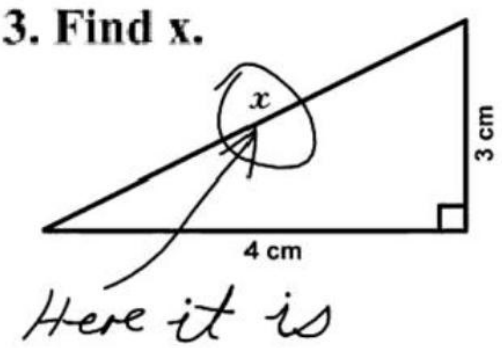
# Übungsklausur Mathematik III

Oettinger 2023

Zeit: 90Min.




Hilfsformeln

Fourierkoeffizienten:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

Laplace-Transformierte

$$e^{ax} \circ\!\!-\!\!\bullet \frac{1}{s-a}; \qquad xe^{ax} \circ\!\!-\!\!\bullet \frac{1}{(s-a)^2}$$

**Aufgabe 1**

Berechnen Sie die Integrale $\int f(x)dx$ der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = 2x^2 \cdot e^x$

(b) $f(x) = 4xe^{3x^2}$

(c) $f(x) = \cos^2(x) \cdot \tan(x)$

**Aufgabe 2**

Skizzieren Sie die durch die Beziehung

$$f : 0 \leq \varphi \leq \pi \quad ; r = 2 \cdot \varphi$$

gegebene Fläche und berechnen Sie den Flächeninhalt zwischen der $x$-Achse und $f$. Um was für eine Figur handelt es sich?

**Aufgabe 3**

Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x) + 2y(x) = e^{3x} + 5xe^{3x}$$

mit der Anfangsbedingung $y(0) = 0$

a) durch Aufsuchen einer partikulären Lösung

b) über eine Laplace-Transformation.

**Aufgabe 4**

Die Funktion $f(x) = 3\lambda$ kann wegen $f(x) = f(x + 2\pi) \forall x \in \mathbb{R}$ als $2\pi$-periodisch betrachtet werden, sie genügt außerdem den Dirichletschen Bedingungen und kann in eine Fouriereihe der Form

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(nx) + b_n \cdot \sin(nx)$$

entwickelt werden. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten $a_n$ und $b_n$.

**Aufgabe 5**

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung

$$y'(x) + 3xy(x) = 3x$$

Um was für eine DGL handelt es sich?

**Aufgabe 6**

Lösen Sie die Differenzialgleichung

$$y'(x) = a(1 - y(x))y(x)$$