

# Musterlösung zur Klausur Statistik

JP10

Oettinger 14.6.2010

Zeit: 90Min.

Insgesamt erreichbare Punktzahl: 55, 100%: 50 Punkte.

## Aufgabe 1

- (a) Der Median entspricht dem 50%-Quantil - richtig.
- (b) Für eine unimodale, symmetrische Verteilung gilt stets, dass der Median und der Modus denselben Wert annehmen - richtig.
- (c) Die Varianz kann nur positive Werte annehmen - richtig.
- (d) Der Modus kann bei negativen Merkmalsausprägungen natürlich auch negative Werte annehmen - falsch.
- (e) Ein kardinales Merkmal besitzt immer eine Rangfolge - falsch.
- (f) Keine der Aussagen (a)-(e) ist richtig - falsch.

## Aufgabe 2

An einer neu gegründeten Universität sollen 6-stellige Matrikelnummern vergeben werden.

- (a) Anzahl  $A$  aller möglichen Kombinationen für 6-stellige Matrikelnummern: Jede Stelle kann mit  $0 \dots 9$  besetzt werden.  $A = 10^6$  (unter der Annahme, dass auch 000000 als Matrikelnummer zählt).

- (b) Soll keine Nummer mit einer Null beginnen, gibt es für die erste Stelle nur 9 Möglichkeiten (1 . . . 9).  $A = 9 \cdot 10^5$ .
- (c) Keine Ziffer soll zweimal vorkommen: für die erste Stelle gibt es 10 Möglichkeiten,  
für die zweite 9,  
für die dritte 8 usw.  
 $A = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151200$

### Aufgabe 3

Redezeiten von Politikern, alle Angaben und Ergebnisse in Minuten:

Politiker	A	B	C	D	E	F
Redezeit	6	8	10	12	20	10

- (a) Geordneter Vektor der Merkmalswerte: (6, 8, 10, 10, 12, 20). Median ist

$$\bar{x}_Z = \frac{10 + 10}{2} = 10.$$

- (b) Der Modus ist 10,  $\bar{x} = \frac{1}{6} \cdot (6 + 8 + 10 + 10 + 12 + 20) = 11$ .

- (c)  $s_w = \max(x_i) - \min(x_i) = 20 - 6 = 14$ .

- (d) mittlere absolute Abweichung

$$d_{\bar{x}} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

$$= \frac{1}{6} (|6 - 11| + |8 - 11| + 2 \cdot |10 - 11| + |12 - 11| + |20 - 11|) = 10/3$$

### Aufgabe 4

Vollständige gemeinsame Häufigkeitstabelle (Kreuztabelle) der beiden Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$

Schuhgröße	39	40	41	Summe
Mathenote				
1	1	2	1	4
2	2	4	2	8
3	1	2	1	4
Summe	4	8	4	16

und daraus berechnete relative Häufigkeiten:

	Y	39	40	41	$f_X(X)$
X					
1		1/4	1/4	1/4	1/4
2		1/2	1/2	1/2	1/2
3		1/4	1/4	1/4	1/4
$f_Y(Y)$		1	1	1	1

- Die Spalten sowie die Randverteilung der zweiten Tabelle sind identisch  $\implies$  die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  sind stochastisch unabhängig.
- Häufigkeitsverteilung der Mathenote für Schuhgröße 40:  $f(x_i|Y = 40) = (1/8, 1/4, 1/8)$
- Varianz  $s^2(X|Y = 40) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$ . Benötigt wird das arithmetische Mittel (Berechnung aus der Spalte mit  $Y = 40$ )

$$\bar{x} = \frac{1}{1/2} (1/8 \cdot 1 + 1/4 \cdot 2 + 1/8 \cdot 3) = 2 \cdot \left( \frac{1 + 4 + 3}{8} \right) = 2$$

$$s^2(X|Y = 2) = \sum_{i=1}^3 (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i = (1 - 2)^2 \cdot \frac{1}{4} + (2 - 2)^2 \cdot \frac{1}{2} + (3 - 2)^2 \cdot \frac{1}{4}$$

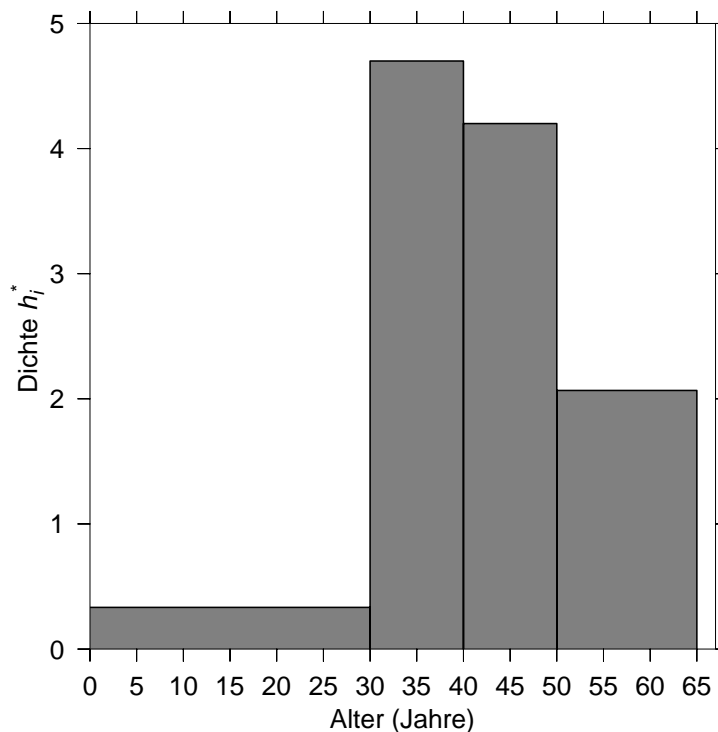
$$= \frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

## Aufgabe 5

Daten zur Altersverteilung:

Alter in Jahren von ... bis unter ...	Absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit $f_i$	kumulierte rel. Häufigkeit $F_i$	Klassenbreite $\Delta_i$	Dichte $h_i^* = h_i/\Delta_i$
bis 30	10	0,076	0,076	30	0,333
30 - 40	47	0,362	0,438	10	4,7
40 - 50	42	0,323	0,761	10	4,2
50 -65	31	0,238	1	15	2,067

(a) Histogramm der Altersverteilung:  
Altersverteilung



(b) Berechnung des Durchschnittsalters (in Jahren):

$$\bar{x} = \frac{1}{130}(10 \cdot 15 + 47 \cdot 35 + 42 \cdot 45 + 31 \cdot 57,5) = 42,06$$

(c) Berechnung des Medians:

50% der befragten Personen werden in der 3.Klasse erreicht. Der Median lässt sich also wie folgt berechnen:

$$F(\bar{x}_Z) = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \frac{F(\bar{x}_Z) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)} = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \frac{F(0,5) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)}$$

$$40 + 10 \cdot \frac{0,5 - 57/130}{(99 - 57)/130} = 40 + 10 \cdot \frac{8}{42} = 41,9$$

## Aufgabe 6

Geeignete Mittelwerte.

1. Eine Stunde 50 km/h, 1 Stunde und 15 Minuten 40 km/h.  
Die Gesamtzeit sind 2 Stunden und 15 Minuten, die zurückgelegte Strecke  $s = 1\text{h} \cdot 50\text{km/h} + 1,25\text{h} \cdot 40\text{km/h} = 100\text{km}$ .  
Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h:

$$\bar{v} = \frac{100}{2,25} = 44,4\bar{4}$$

Das ist das harmonische Mittel der Geschwindigkeiten (in km/h):

$$\bar{v} = \frac{1}{1/2(\frac{1}{50} + \frac{1}{40})} = 44,4\bar{4}$$

2. Arithmetisches Mittel:  $\bar{x} = \frac{1}{11}(5 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1) = 2$  Sterne
3. Geometrisches Mittel:  $\bar{x}_G = \sqrt{(1 + 0,2) \cdot (1 + 0,3875)} - 1 = 29,03\%$
4. Es werden Durchschnittsgeschwindigkeiten gemittelt  $\implies$  harmonisches Mittel.
5. Insgesamt befragte Personen:  $100 + 1000 = 1100$ . Für die Abschaffung sind  $60 + 380 = 440$ . Also sind  $440/1100 = 40\%$  dafür.

## Aufgabe 7

Nominale/ordinale/kardinale Merkmale:

- (a) Körpergröße: kardinal
- (b) Farbe: nominal
- (c) Krawattenlänge: kardinal
- (d) Qualität von Vorlesungen: ordinal