Aufgabe 1

Die Bremskraft einer Wirbelstrombremse sei durch

$$K(v) = \frac{a^2 v}{v^2 + b^2}, v > 0$$

als Funktion der Umfangsgeschwindigkeit v gegeben. Die Parameter a und b sind dabei konstant. Bei welchem Wert v wird $K(v)$ am größten und wie lautet der größte Wert von K (Es ist keine Berechnung der zweiten Ableitung gefordert!). Was bedeuten die Lösungen für v mit unterschiedlichen Vorzeichen?

Offensichtlich ist $K(v = 0) = 0$, für alle weiteren Variablenwerte $v > 0$ ist $K(v) > 0$. Warum findet man durch das Nullsetzen der Ableitung kein Minimum der Bremsleistung?

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an die durch die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 + e^{2x} - x \cdot \sin(x)}{3}$$

gegebene Kurve an der Stelle $x_0 = 0$. Geben Sie das MacLaurinsche Polynom bis $n = 1$ an.

Aufgabe 3

Welche der folgenden Funktionen sind differenzierbar? Bestimmen Sie für die differenzierbaren Funktionen die Ableitung. (12 Punkte)

a)
$$e^{3x} \cdot 2x$$

b)
$$e^{x^3} \cdot 2x^2$$

c)
$$\sqrt{x^2 + 3}$$

d)
$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1 + 1^2} \quad \text{mit } f(x) \geq 0$$

e)
$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 1} \quad \text{mit } f(x) \geq 0$$

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 3x^2 - x^3, \quad (x \in \mathbb{R})$. Untersuchen Sie $f(x)$ auf Nullstellen, Extrema, Wendepunkte und Krümmungsverhalten. Wie verhält sich die Funktion für $x \to \pm\infty$?

Skizzieren Sie die Funktion mit Hilfe der gefundenen Werte im Intervall $I = [-2; 4]$.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie näherungsweise den Wert

$$C = \frac{\sqrt{2,1}}{\sqrt{2}},$$

indem Sie die 'krumme' Wurzel im Zähler durch ein Taylorpolynom $T_1(x)$ ausdrücken.

Aufgabe 6

Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \to 0+} x \cdot \ln(x)$$