Aufgabe 1

Berechnen Sie die ganze Zahl $x_0 \in \mathbb{Z}$, für die das Produkt ihres Vorgängers $(x_0 - 1)$ und ihres Nachfolgers $(x_0 + 1)$ minimal wird.

Wie sieht die Funktion aus, die das Produkt $P(x)$ beschreibt (Skizze)?

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an die durch die Funktion

$$f(x) = \frac{(x + 1^2)}{x - 2}$$

gegebene Kurve an der Stelle $x_0 = 0$. Geben Sie das MacLaurinsche Polynom $T_1(x)$ bis $n = 1$ an.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie für die differenzierbaren Funktionen die Ableitung.

a)

$$f(x) = e^{3x} \cdot 2x$$

b)

$$f(x) = e^{x^3} \cdot 2x^2$$

c)

$$f(x) = (\sin(x) + \cos(x))^2$$

d)

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1 + 1^2} \quad \text{mit } f(x) \geq 0$$

e)

$$f(x) = \mid \sqrt{x^2 + 2x + 1} \mid$$

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - \frac{9}{4} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

Untersuchen Sie $f(x)$ auf Nullstellen (eine geeignete Substitution ist $u = x^2$), Extrema, Wendepunkte und Krümmungsverhalten. Wie verhält sich die Funktion für $x \to \pm\infty$?

Skizzieren Sie die Funktion mit Hilfe der gefundenen Werte in einem geeignet gewählten Intervall.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie näherungsweise den Wert

$$C = \frac{\sqrt{2,1}}{\sqrt{2}},$$

indem Sie die 'krumme' Wurzel im Zähler durch ein Taylorpolynom $T_1(x)$ ausdrücken.