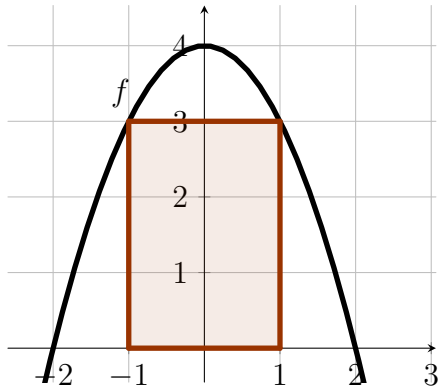


Aufgabe 1



Welches Rechteck im Parabelsegment mit der Gleichung $f(x) = 4 - x^2; y \geq 0$ hat den größten Flächeninhalt?

Wie groß ist der Flächeninhalt beim Maximum?

Aufgabe 2

Der Punkt P lässt sich in einem kartesischen Koordinatensystem durch den Ortsvektor

$$P = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

beschreiben. Durch Spiegelung an der Winkelhalbierenden $y = x$ wird P in den Bildpunkt P' übergeführt. Die Spiegelung kann als Symmetrieoperation durch eine Matrix $A = (a_{ij})$ beschrieben werden, es gilt

$$A \cdot P = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = P'$$

- Wie lauten die Koordinaten des Punkts P' ? Berechnen Sie die Matrix A .
- Stellen Sie die Matrix $B = (b_{ij})$ auf, die eine Spiegelung an der y -Achse beschreibt.
- Wie lautet die Matrix $C = (c_{ij})$, die eine Drehung des Punkts P um den Winkel $\pi/2$ (gegen den Uhrzeigersinn) um den Ursprung beschreibt? Was passiert, wenn das Produkt $B \cdot A$ auf den Punkt P angewendet wird? Was lässt sich daraus folgern?
- ist die Matrix A invertierbar? Bestimmen Sie die inverse Matrix A^{-1}

Aufgabe 3

Berechnen Sie näherungsweise den Wert der Quadratwurzeln $\sqrt{4,2}$ und $\sqrt{4,4}$ (die Beschränkung auf den positiven Ast genügt natürlich). Dazu kann die geschickt gewählte Funktion $f(x) = \sqrt{4+x}$ bis zum dritten Term in eine Potenzreihe um $x = 0$ entwickelt werden.

Aufgabe 4

Welche der folgenden Funktionen lassen sich ableiten? Bestimmen Sie die erste Ableitung, sofern möglich.

a)

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 2x + 1}; \quad x \geq 0$$

b)

$$f(x) = 12e^x$$

c)

$$f(x) = e^{12x}$$

d)

$$f(x) = e^{12 \cdot \sin(x)}$$

Aufgabe 5

Gegeben ist die Funktion:

$$f : x \mapsto e^x(x^2 - 5x + 5); x \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie etwaige Symmetrie, Nullstellen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrema/Wendestellen und das Verhalten für große/kleine Variablenwerte. Zeichnen (Skizze!) Sie die Funktion in einem geeigneten Intervall.