

### Hilfsformeln

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$a \cdot \ln(x) = \ln(x^a)$$

Fourierkoeffizienten:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

Minimierung der quadratischen Abweichung vom arithmetischen Mittel  $\bar{x}, \bar{y}$  für eine lineare Funktion  $f(x) = a + b \cdot x$ :

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}, a = \bar{y} - a \cdot \bar{x}$$

$$S_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$$

$$S_{xx} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

### Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

(a)  $2 \cdot \int \frac{1}{(x^2-1)} dx$

(b)  $\int x^2 \ln(2x) dx$

(c)  $\int \ln(x) dx$  (Hinweis:  $\ln(x) = 1 \cdot \ln(x)$ )

### Aufgabe 2

Berechnen Sie über ein Doppelintegral die Fläche des halben Kreisringes

$$\iint_{(A)} dA; \quad y \geq 0; 4 \leq x^2 + y^2 < 9.$$

Welche Art von Koordinaten sind sinnvoll?

### Aufgabe 3

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$x^2 y''(x) - xy'(x) + y(x) = 0, \quad x > 0$$

- (a) Um was für eine Differentialgleichung handelt es sich?
- (b) Zeigen Sie, dass die Funktion  $f(x) = x \ln x$ , ( $x > 0$ ) eine Lösung der Differentialgleichung ist.
- (c) Ist die Funktion  $f(x) = -\frac{1}{x}$  ebenfalls eine Lösung?

### Aufgabe 4

Finden Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = y^2 \cdot (\sin x + 1)$$

### Aufgabe 5

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$2xy' - y = 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} \quad y \rightarrow -1 \text{ für } x \rightarrow \infty$$

durch Berechnung der Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung und Variation der Konstanten.

### Aufgabe 6

Um welche Art von Differentialgleichungen handelt es sich bei den folgenden zwei Beispielen:

$$y'^2 + 2y - 3x + \sin x = 0 \quad (1)$$

$$y'' = 4x \quad (2)$$

Gleichung	(1)	(2)
linear	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
nicht-linear	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
homogen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
inhomogen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ordnung	—	—

### Aufgabe 7

Die Funktion  $f(x) = 3$  kann wegen  $f(x) = f(x + 2\pi)$  als  $2\pi$ -periodisch betrachtet werden. Sie genügt außerdem den Dirichletschen Bedingungen und kann damit in eine Fourier-Reihe

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cdot \cos(nx) + b_n \cdot \sin(nx)]$$

entwickelt werden.

Geben Sie die Fourier-Koeffizienten  $a_0$ ,  $a_n$  und  $b_n$  an.

### Aufgabe 8

In Tabelle 1 sind Gewicht und Körpergröße einiger Schüler zusammengefasst:

Größe (cm)	Gewicht (kg)
157	46
157	47
159	45
163	53
165	56

**Tabelle 1:** Größe und Gewicht einer Stichprobe von Schülern.

- (a) Skizzieren Sie ein Streudiagramm der Werte.
- (b) Bestimmen Sie mit der Methode der kleinsten Quadrate eine Ausgleichsgerade  $y = a + b \cdot x$ .
- (c) Benutzen Sie die berechneten Werte, um das voraussichtliche Gewicht eines Schülers mit einer Körpergröße von 192,9cm abzuschätzen.