Aufgabe 1

Gegeben ist eine Relation $r(x)$ mit Definitionsbereich $D = \mathbb{R}$:

$$r(x) = |(x-2)^2 - 2|$$

(a) Handelt es sich um eine Funktion? Schreiben Sie $r(x)$ in betragsfreier Form und untersuchen Sie die Relation auf Symmetrie.

(b) Ist sie monoton? Ist sie in ihren Nullstellen stetig?

(c) Wie verhält sich $r(x)$ für große/kleine Variablenwerte?

(d) Skizzieren Sie $r(x)$ in einem geeigneten Definitionsbereich.

Aufgabe 2

Lösen bzw. berechnen Sie

a) die Gleichung

$$x^3 + 6x^2 + 5x = 12$$

b)

$$\sum_{l=1}^{4} 5 + \sum_{k=1}^{15} k \prod_{i=1}^{3} i$$

c)

$$x \cdot 4! + \sum_{k=1}^{3} k^2 = 0$$

Aufgabe 3

Untersuchen Sie die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \quad \text{mit} \quad a_k = \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$$

auf Konvergenz. Berechnen Sie den Wert der Summe (Hinweis: das Folgenglied kann als Differenz zweier Brüche ausgedrückt werden, der Wert der Summe ist der Grenzwert der Partialsummen für $n \to \infty$).

Aufgabe 4

Bestimmen Sie mit Hilfe der Potenzreihenentwicklungen den Grenzwert

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2}$$

Aufgabe 5

Eine komplexe Zahl z_1 wird in der Gaußschen Zahlenebene durch den Winkel $\varphi = \frac{\pi}{4}$ und die Länge $r = 2\sqrt{2}$ dargestellt
($\cos(\frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$).

a) Skizzieren Sie die Zahl in der Gauß-Ebene

b) Stellen Sie die Zahl in der kartesischen Form als $z_1 = a + i \cdot b$ und in der Polardarstellung dar

c) Wie lautet der Betrag $|z_1|$ und die konjugiert komplexe Zahl $\overline{z_1}$ zu z_1?

d) Gegeben sei eine weitere Zahl $z_2 = 1 + 2i$. Berechnen Sie $z_1 \cdot z_2$ und den Quotienten z_2/z_1.