Aufgabe 1

Berechnen Sie die ganze Zahl $x_0 \in \mathbb{Z}$, für die das Produkt ihres Vorgängers $(x_0 - 1)$ und ihres Nachfolgers $(x_0 + 1)$ minimal wird.

Wie sieht die Kurve der Funktion aus, die das Produkt $P(x)$ beschreibt (Skizze)?

Aufgabe 2

Bilden Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen, falls möglich

a)
$$f(x) = e^{\sin(x)+\cos(x)}$$

b)
$$f(x) = e^{\cos(x^2)}$$

c)
$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{x^2+1}$$

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 + 4x + 5 \qquad x \in \mathbb{R}$.

a) Welche Form hat ihre Kurve? Skizzieren Sie grob den Verlauf.

b) Entwickeln Sie die Funktion um die Entwicklungsstelle $x_0 = 2$ in eine Potenzreihe (Taylorentwicklung, die notwendigen Voraussetzungen können als gegeben angenommen werden).

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1 \quad (x \in \mathbb{R})$. Geben Sie den Wertebereich an und untersuchen Sie $f(x)$ auf Symmetrie, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte und Krümmungsverhalten. Wie verhält sich die Funktion für $x \to \pm\infty$? Skizzieren Sie die Funktion in einem geeignet gewählten Intervall.

Aufgabe 5

Die rücksichtslosen Autofahrer Bob und Charlie durchfahren mit Fernlicht in unterschiedlichen Richtungen eine Kurve, die sich wie $k(x) = -\frac{x^2}{2} + x + \frac{7}{2}$ verhält (sie wurde von einem Mathematiker geplant). Alice steht neben der Straße im Punkt $(1/4, 5)$. An welchen Punkten müssen Bob und Charlie das Fernlicht abschalten, wenn sie Alice nicht blenden wollen?

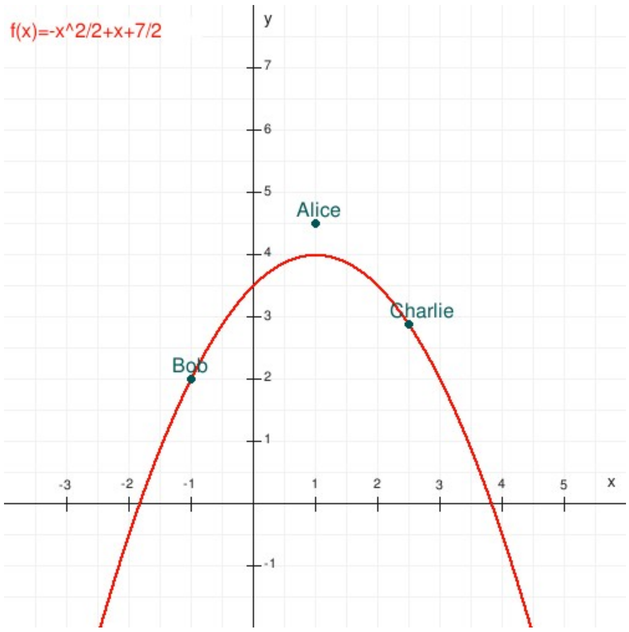

Abbildung 1: Bob und Charlie fahren Kurven