

Musterlösungen Statistik

Schlechte Statistik des *Daily Express*

Die in der Geschichte angegebene Wahrscheinlichkeit, dass drei Kinder an einem *vorher festgelegten* Datum geboren werden ist

$$\frac{1}{365 \cdot 365 \cdot 365} = \frac{1}{48.627.125}$$

- nicht die angegebene. Gemeint ist aber die Wahrscheinlichkeit, dass drei Kinder an einem gemeinsamen Datum geboren sind - für das erste Kind ist das Datum nicht festgelegt, also

$$\frac{1}{1 \cdot 365 \cdot 365} = \frac{1}{133.225}$$

1. Ravensburg - Hamburg und zurück

Berechnet wird das harmonische Mittel

$$\bar{x}_H = \frac{1}{\frac{1}{n} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} \right)},$$

für die Fahrt nach Hamburg und zurück also

$$\bar{x}_H = \frac{1}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{120} + \frac{1}{80} \right)} = 96$$

(angegeben in km/h).

2. Italienisches Essen

- (a) Statistische Einheit sind Giovannis Kunden, Merkmale sind Speisen und Getränke. Die Merkmalsausprägungen sind die vom Kunden bestellten Gerichte und Getränke, beispielsweise 'Rotwein' oder 'Pizza'.
- (b) Darstellung der Daten im Stab- oder Balkendiagramm.

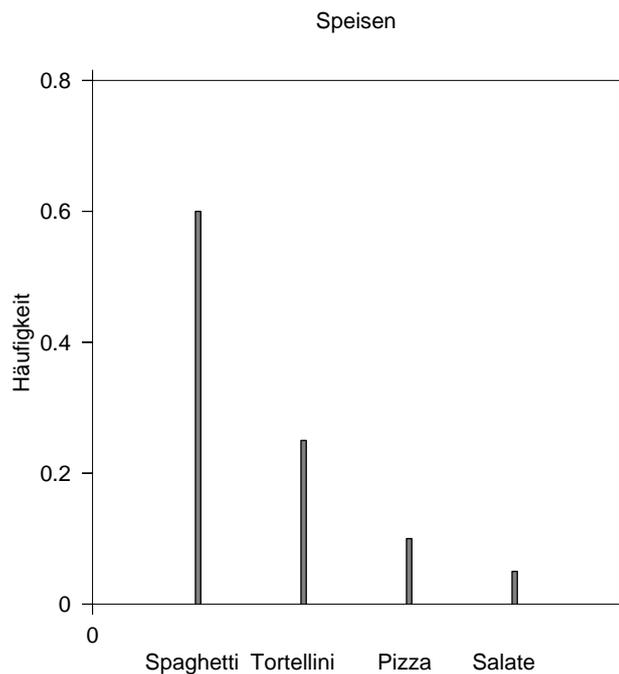


Abbildung 1: Stabdiagramm als Beispiel für die grafische Darstellung

- (c) Ereignis A : Kunde bestellt Spaghetti, $P(A) = 0,6$.
Ereignis B : Kunde bestellt Rotwein, $P(B) = 0,7$.
Ereignis C : Kunde bestellt Spaghetti und Rotwein, $P(C) = P(A) \cdot P(B) = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42 = 42\%$.
Ereignis D : Kunde bestellt Spaghetti, aber keinen Rotwein, $P(D) = P(A) \cdot (1 - P(B)) = 0,6 \cdot (1 - 0,7) = 0,6 \cdot 0,3 = 0,18 = 18\%$.
- (d) Die relative Häufigkeit für eine Spaghettlänge größer oder gleich 80cm ist $0,15 + 0,05 = 0,2 = 20\%$.
Das arithmetische Mittel (in cm) muss mit den Klassenmitten gerechnet werden (wegen der Angabe relativer Häufigkeiten wird nicht durch die Gesamtzahl geteilt):

$$\bar{x} = 0,15 \cdot 20 + 0,25 \cdot 50 + 0,4 \cdot 70 + 0,15 \cdot 90 + 0,05 \cdot 110 = 61$$

(e) Der Median (in cm) entfällt auf die 3.Klasse]60; 80]:

$$\begin{aligned}\bar{x}_Z &= x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \cdot \frac{F(\bar{x}_Z) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)} \\ &= 60 + (80 - 60) \cdot \frac{0,5 - 0,45}{0,85 - 0,45} = 62,5.\end{aligned}$$

Das obere Quartil (das 0,75-Quantil) entfällt ebenfalls auf die 3.Klasse]60; 80] - damit ist die Berechnung relativ einfach, es muss in der Formel lediglich $F(\bar{x}_Z)$ durch $F(\bar{x}_{0,75})$ ersetzt werden:

$$\begin{aligned}\bar{x}_{0,75} &= x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \cdot \frac{F(\bar{x}_{0,75}) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)} \\ &= 60 + (80 - 60) \cdot \frac{0,75 - 0,45}{0,85 - 0,45} = 75\end{aligned}$$

Bankkunden

Das arithmetische Mittel ist

$$\bar{x} = \frac{1}{40} \cdot (13 \cdot 1 + 10 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 6) = \frac{65}{40} = 1,625.$$

Der geordnete Vektor der Daten sieht folgendermaßen aus:

(0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,4,4,6),
der Median lässt sich bei einem Vektor von 40 Zahlen aus dem 20. und dem 21. Wert berechnen:

$$\bar{x}_Z = \frac{x_{20} + x_{21}}{2} = \frac{1 + 1}{2} = 1$$

und der Modus ist die Merkmalsausprägung, die am Häufigsten auftritt, also ebenfalls

$$x_M = 1.$$

Walddrosseln

Einteilung der Messwerte in Klassen:

Klasse (g)]25 – 30]]30 – 36]]36 – 45]]45 – 51]
Anzahl	3	15	2	4
Klassenbreite (g)	5	6	9	6
Dichte	$\frac{3}{5} = 0,6$	$\frac{15}{6} = 2,5$	$\frac{2}{9} = 0,22$	$\frac{4}{6} = 0,667$

Daraus kann durch Auftragen von Dichte f_i^* über dem Gewicht das Histogramm erstellt werden:

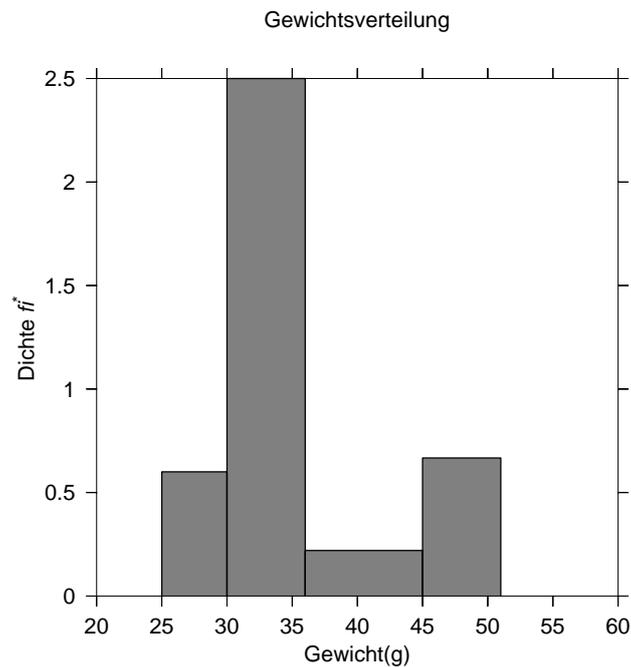


Abbildung 2: Histogramm des Gewichts von Walddrosseln

Geld regiert die Welt

1-Cent-Münze:

$$\bar{d} = \frac{1}{9} (3 \cdot 16,25 + 16,21 + 16,22 + 16,30 + 16,24 + 16,19 + 16,23) = 16,24$$

$$s_d^2 = \frac{1}{9} (3 \cdot 16,25^2 + 16,21^2 + 16,22^2 + 16,30^2 + 16,24^2 + 16,19^2 + 16,23^2) - 16,24^2 = 0,00086$$

$$\text{Standardabweichung } s_d = +\sqrt{s_d^2} = 0,03$$

2-Cent-Münze:

$$\bar{d} = \frac{1}{9} (3 \cdot 18,75 + 18,74 + 18,82 + 18,71 + 18,72 + 18,77 + 18,79) = 18,76$$

$$s_d^2 = \frac{1}{9} (3 \cdot 18,75^2 + 18,74^2 + 18,82^2 + 18,71^2 + 18,72^2 + 18,77^2 + 18,79^2) - 18,76^2 = 0,00102$$

$$\text{Standardabweichung } s_d = +\sqrt{s_d^2} = 0,03$$

Durchschnittlicher Mietpreis

Merkmal X : Mietpreis in Taler, Merkmal Y : Mietpreis in Euro. Umrechnung mittels linearer Transformation

$$X \text{ (in Taler)} = 1,95583 \cdot Y \text{ (in Euro)}$$

$$Y \text{ (in Euro)} = \frac{X \text{ (in Taler)}}{1,95583}$$

Damit ergibt sich für das arithmetische Mittel in Euro

$$\bar{y} = \frac{\bar{x}}{1,95583} = 9,20$$

und für die Varianz in Euro²

$$s_Y^2 = \frac{s_X^2}{1,95583} = 1,66$$