

## Aufgabe 1

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (a) Richtig, die Varianz ist eine Summe quadratischer Größen.
- (b) Falsch, die Abweichung ordinaler Merkmale vom Median ist nicht definiert - also auch keine mittlere Abweichung.
- (c) Richtig, die untersuchten Merkmale besitzen keine Lebensdauer.
- (d) Falsch, der Modus ist die am häufigsten in einer Stichprobe auftretende Merkmalsausprägung.
- (e) Richtig, der Quartilsabstand steigt mit der Breite der Verteilung an.

## Aufgabe 2

An einer neu gegründeten Universität sollen 6-stellige Matrikelnummern vergeben werden. Berechnung unter der vereinfachenden Annahme, dass auch 000000 als Matrikelnummer zulässig sein soll:

- (a) Anzahl  $A$  aller möglichen Kombinationen für 6-stellige Matrikelnummern: Jede Stelle kann mit  $0 \dots 9$  besetzt werden.  $A = 10^6$  (unter der Annahme, dass auch 000000 als Matrikelnummer zählt).
- (b) Soll keine Nummer mit einer Null beginnen, gibt es für die erste Stelle nur 9 Möglichkeiten ( $1 \dots 9$ ).  $A = 9 \cdot 10^5$ .
- (c) Keine Ziffer soll zweimal vorkommen (Berechnung unter der Annahme, dass eine führende Null erlaubt ist): für die erste Stelle gibt es 10 Möglichkeiten, für die zweite 9, für die dritte 8 usw.  
 $A = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151200$

### Aufgabe 3

Die arithmetischen Mittel sind  $\bar{x} = 1,816\text{m}$  und  $\bar{y} = 78,75\text{kg}$ , die für die Regression benötigten Daten lauten

$x_i(\text{m})$	$y_i(\text{kg})$	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1,55	51	-0,266	-27,75	7,382	0,071
1,57	50	-0,246	-28,75	7,073	0,061
1,62	55	-0,196	-23,75	4,655	0,038
1,68	52	-0,136	-26,75	3,638	0,018
1,75	60	-0,066	-18,75	1,238	0,004
1,75	68	-0,066	-10,75	0,71	0,004
1,81	78	-0,006	-0,75	0,005	0
1,83	91	0,014	12,25	0,172	0
1,87	84	0,054	5,25	0,284	0,003
1,89	81	0,074	2,25	0,167	0,005
1,9	90	0,084	11,25	0,945	0,007
1,92	105	0,104	26,25	2,73	0,011
1,95	95	0,134	16,25	2,178	0,018
1,95	99	0,134	20,25	2,714	0,018
1,99	100	0,174	21,25	3,698	0,03
2,02	101	0,204	22,25	4,539	0,042

a) FIXME Plot

b) Die Kovarianz (in m kg) ist

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 2,633,$$

Die Varianz des Merkmals  $x$  ist (in  $\text{m}^2$ )

$$s_{xx} = \frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2 = 0,0206,$$

also ist die Steigung der Ausgleichsgeraden

$$a = \frac{s_{xy}}{s_{xx}} = 127,66$$

und der Achsenabschnitt  $b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} = -153,03$ .

c) Alice wird bei einer Größe von 1,77m etwa 72,9kg wiegen, für Bob erwartet man eine Größe von 1,91m.

## Aufgabe 4

Die benötigten Daten zur Aufgabe:

Zahl der Tabellen $x_i$	Tage früher	Tage jetzt	kumuliert früher	kumuliert jetzt
1	60	5	60	5
2	160	10	220	15
3	110	25	330	40
4	0	20	330	60
5	60	0	390	60
6	50	0	440	60
8	0	40	440	100

- a) Die Aussage ist: Lohnt sich der Computer (ist die Produktivität angestiegen?).
- b) Benötigt werden das Arithmetische Mittel und der Median:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m h_i x_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{440} (60 + 2 \cdot 160 + 3 \cdot 110 + 4 \cdot 0 + 5 \cdot 60 + 6 \cdot 50 + 8 \cdot 0) = 2,977 \text{ ohne Computer,}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{100} (5 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 25 + 4 \cdot 20 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 0 + 8 \cdot 40) = 5 \text{ mit Computer.}$$

Der Median lässt sich aus den Daten in der Tabelle ablesen, für die Daten ohne Computer

$$\bar{x}_Z = \frac{x_{220} + x_{221}}{2} = 2,5,$$

nach der Einführung des Computers

$$\bar{x}_Z = \frac{x_{50} + x_{51}}{2} = 4.$$

Die mittlere absolute Abweichung vom arithmetischen Mittel ist

$$d_{\bar{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m h_i (x_i - \bar{x}),$$

$$= 1,25 \text{ ohne Computer bzw.}$$

$$= 2,4 \text{ mit Computer.}$$

Die mittlere absolute Abweichung vom Median ist

$$d_{\bar{x}_Z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m h_i (x_i - \bar{x}_Z),$$

= 1,25 ohne Computer bzw.  
= 2,2 mit Computer.

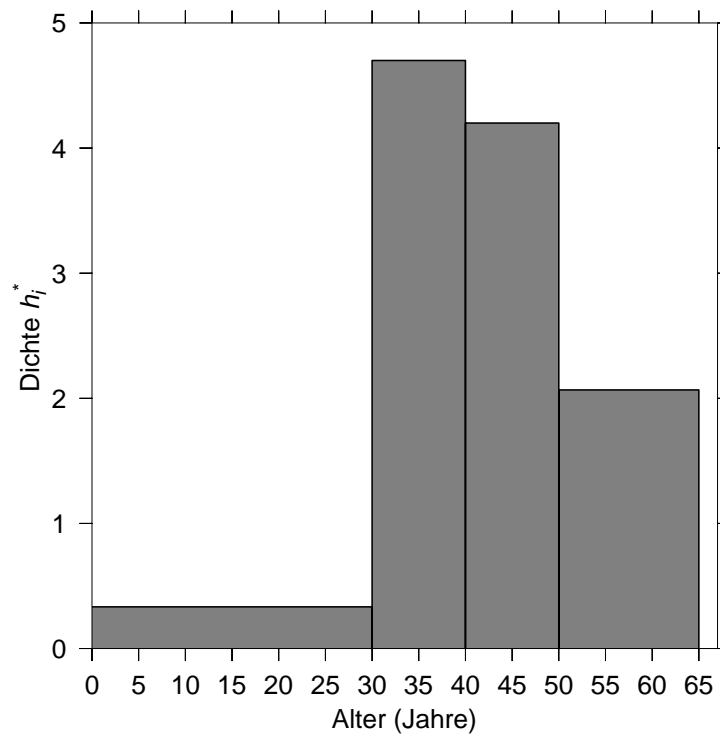
## Aufgabe 5

Daten zur Altersverteilung:

Alter in Jahren von ... bis unter ...	Absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit $f_i$	kumulierte rel. Häufigkeit $F_i$	Klassenbreite $\Delta_i$	Dichte $h_i^* = h_i / \Delta_i$
bis 30	10	0,076	0,076	30	0,333
30 - 40	47	0,362	0,438	10	4,7
40 - 50	42	0,323	0,761	10	4,2
50 -65	31	0,238	1	15	2,07

(a) Histogramm der Altersverteilung:

Altersverteilung



(b) Berechnung des Durchschnittsalters (in Jahren):

$$\bar{x} = \frac{1}{130}(10 \cdot 15 + 47 \cdot 35 + 42 \cdot 45 + 31 \cdot 57,5) = 42,06$$

(c) Berechnung des Medians:

50% der befragten Personen werden in der 3.Klasse erreicht. Der Median lässt sich also wie folgt berechnen:

$$F(\bar{x}_Z) = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \frac{F(\bar{x}_Z) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)} = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \frac{F(0,5) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)}$$
$$40 + 10 \cdot \frac{0,5 - 57/130}{(99 - 57)/130} = 40 + 10 \cdot \frac{8}{42} = 41,9$$

## Aufgabe 6

Tag	1	2	3	4	5	6	7
km (x)	15	16,5	17,5	18	18	20	22

a) Arithmetisches Mittel:

$$\bar{x} = \frac{15 + 16,5 + 17,5 + 18 + 18 + 20 + 22}{7} = \frac{127}{7} = 18,1429$$

b) Harmonisches Mittel:

$$\bar{x}_H = \frac{7}{\frac{1}{15} + \frac{1}{16,5} + \frac{1}{17,5} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{1}{20} + \frac{1}{22}} = 17,9037$$

c) Die Durchschnittsgeschwindigkeit erhält man als Quotienten der gesamten zurückgelegten Strecke und der gesamten benötigten Zeit, also

$$\frac{15km + 16,5km + 17,5km + 18km + 18km + 20km + 22km}{7h}$$

Die Anwendung des arithmetischen Mittels ist hier korrekt.

d) Vielleicht!

## Aufgabe 7

a) Geometrisches Mittel:

$$\bar{x}_G = \sqrt[3]{(1 + 0,1) \cdot (1 + 0,15) \cdot (1 - 0,0005)} - 1 = 8,13\%$$

b) Es wurden insgesamt  $n = 11$  Hotels untersucht, auch das Hotel ohne Stern kann mitgezählt werden (es gibt nur die eine Möglichkeit 0). also ist das arithmetische Mittel

$$\bar{x} = \frac{1}{11}(5 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 0) = \frac{22}{11} = 2,0.$$

c) Der Mittelwert berechnet sich nach

$$\bar{x} = \frac{1}{30}(10 \cdot 1 + 11 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 4) = \frac{60}{30} = 2,0.$$

Für die Kandidaten, die nicht bestanden haben, kann keine Note angegeben werden, sie werden zur Berechnung *nicht* herangezogen.

d) Wenn Ted eine mittlere Geschwindigkeit von 60 km/h fahren will, benötigt er für die insgesamt 8 km Weg eine Zeit von  $8/60 \text{ h} = 8 \text{ min}$ . Da er aber für den Rückweg von 4km bereits eine Zeit von  $4/30 \text{ h} = 8 \text{ min}$  einplant, kann er die geplante Durchschnittsgeschwindigkeit nicht erreichen.