

# Musterlösung zur Übungsklausur Statistik

TI 24 / Oettinger / 3.2026

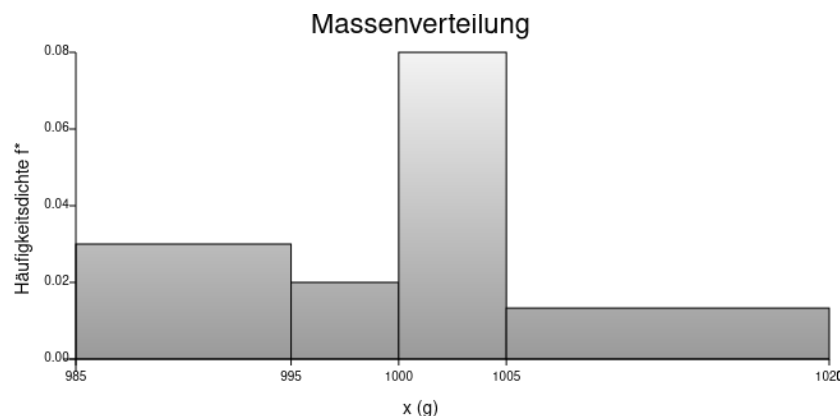
## Aufgabe 1

- (a) Falsch: das arithmetische Mittel reagiert im Gegensatz zum Median empfindlich auf Ausreißer, bei Ausreißern zu kleineren Werten erwartet man ein geringeres arithmetisches Mittel.
- (b) Falsch: die Varianz und damit auch die Standardabweichung kann natürlich auch Null werden (wenn alle Abweichungen vom arithmetischen Mittel zu Null verschwinden) - dann ist eigentlich keine Statistik nötig.
- (c) Richtig: es handelt sich um eine Summe quadrierter Größen.
- (d) Falsch: der Modus ist die am häufigsten auftretende Merkmalsausprägung in einer Stichprobe.
- (e) Falsch: es handelt sich um ein mittleres Wachstum, es kann auch negativ sein.

## Aufgabe 2

Daten zur Gewichtsverteilung mit Häufigkeitsdichte:

| $i$ | Klasse $(x_i^u; x_i^o]$ | $h_i$ | Mitte  | Breite | Dichte $h_i^*$ | rel. Häufigkeit $f_i$ | kumuliert $F_i$ |
|-----|-------------------------|-------|--------|--------|----------------|-----------------------|-----------------|
| 1   | (985; 995]              | 15    | 990    | 10     | 1,5            | 0,3                   | 0,3             |
| 2   | (995; 1000]             | 5     | 997,5  | 5      | 1              | 0,1                   | 0,4             |
| 3   | (1000; 1005]            | 20    | 1002,5 | 5      | 4              | 0,4                   | 0,8             |
| 4   | (1005; 1020]            | 10    | 1012,5 | 15     | 0,666          | 0,2                   | 1               |



**Abbildung 1:** Histogramm zum Gewicht des Quallengelees

Die Näherung für das arithmetische Mittel (in Gramm) über die Klassenmitten ist

$$\bar{x} \approx \frac{1}{50} (15 \cdot 990 + 5 \cdot 997,5 + 20 \cdot 1002,5 + 10 \cdot 1012,5) = 1000,25.$$

Die Hälfte der untersuchten Pakete (25) wird in der dritten Klasse erreicht ( $i = 3$ ), der Median kann ebenfalls geschätzt werden (in Gramm)

$$\bar{x}_Z \approx x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \frac{0,5 - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)} = 1000 + 5 \cdot \frac{0,5 - 0,4}{0,8 - 0,4} = 1001,25$$

Als typischer Wert sind beide geeignet - in den meisten Fällen gibt der Median die Verhältnisse der Verteilung aber etwas besser wieder.

### Aufgabe 3

An einer neu gegründeten Universität sollen 6-stellige Matrikelnummern vergeben werden. Berechnung unter der vereinfachenden Annahme, dass auch 000000 als Matrikelnummer zulässig sein soll:

- (a) Anzahl  $A$  aller möglichen Kombinationen für 6-stellige Matrikelnummern: Jede Stelle kann mit  $0 \dots 9$  besetzt werden.  $A = 10^6$  (unter der Annahme, dass auch 000000 als Matrikelnummer zählt).
- (b) Soll keine Nummer mit einer Null beginnen, gibt es für die erste Stelle nur 9 Möglichkeiten ( $1 \dots 9$ ).  $A = 9 \cdot 10^5$ .

- (c) Keine Ziffer soll zweimal vorkommen (Berechnung unter der Annahme, dass eine führende Null erlaubt ist): für die erste Stelle gibt es 10 Möglichkeiten,  
für die zweite 9,  
für die dritte 8 usw.  
 $A = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151200$

## Aufgabe 4

Die benötigten Daten zur Aufgabe:

| Zahl der Tabellen $x_i$ | Tage früher | Tage jetzt | kumuliert früher | kumuliert jetzt |
|-------------------------|-------------|------------|------------------|-----------------|
| 1                       | 60          | 5          | 60               | 5               |
| 2                       | 160         | 10         | 220              | 15              |
| 3                       | 110         | 25         | 330              | 40              |
| 4                       | 0           | 20         | 330              | 60              |
| 5                       | 60          | 0          | 390              | 60              |
| 6                       | 50          | 0          | 440              | 60              |
| 8                       | 0           | 40         | 440              | 100             |

- a) Die Aussage ist: Lohnt sich der Droide (ist die Produktivität angestiegen?).  
b) Benötigt werden das Arithmetische Mittel und der Median:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m h_i x_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{440} (60 + 2 \cdot 160 + 3 \cdot 110 + 4 \cdot 0 + 5 \cdot 60 + 6 \cdot 50 + 8 \cdot 0) = 2,977 \text{ ohne Droide,}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{100} (5 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 25 + 4 \cdot 20 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 0 + 8 \cdot 40) = 5 \text{ mit Droide.}$$

Der Median lässt sich aus den Daten in der Tabelle ablesen, für die Daten ohne den Droiden

$$\bar{x}_Z = \frac{x_{220} + x_{221}}{2} = 2,5,$$

nach der Einführung des Droiden

$$\bar{x}_Z = \frac{x_{50} + x_{51}}{2} = 4.$$

Die mittlere absolute Abweichung vom arithmetischen Mittel ist

$$d_{\bar{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m h_i |x_i - \bar{x}|,$$

= 1,25 ohne Droide bzw.  
= 2,4 mit Droide.

Die mittlere absolute Abweichung vom Median ist

$$d_{\bar{x}_Z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m h_i |x_i - \bar{x}_Z|,$$

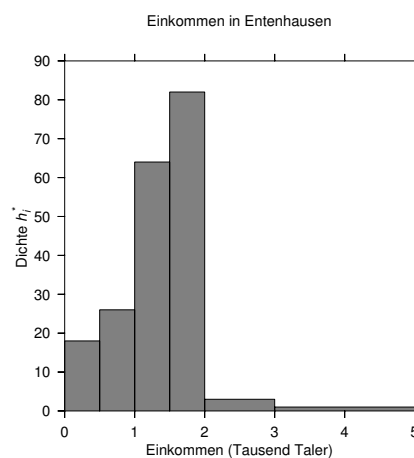
= 1,25 ohne Droide bzw.  
= 2,2 mit Droide.

## Aufgabe 5

a) Die benötigten Daten:

| Einkommen<br>in Talern | Klassenbreite<br>in Tausend Talern | Häufigkeit | relativ | kumuliert | Dichte |
|------------------------|------------------------------------|------------|---------|-----------|--------|
| ]0-500]                | 0,5                                | 9          | 0,09    | 0,09      | 18     |
| ]500-1000]             | 0,5                                | 13         | 0,13    | 0,22      | 26     |
| ]1000-1500]            | 0,5                                | 32         | 0,32    | 0,54      | 64     |
| ]1500-2000]            | 0,5                                | 41         | 0,41    | 0,95      | 82     |
| ]2000-3000]            | 1,0                                | 3          | 0,03    | 0,98      | 3      |
| ]3000-5000]            | 2,0                                | 2          | 0,02    | 1,0       | 1      |

Histogramm der Einkommen:



**Abbildung 2:** Einkommensverteilung in Entenhausen

b) arithmetisches Mittel (in Tausend Taler):

$$\bar{x} = \frac{1}{100}(0,25 \cdot 9 + 0,75 \cdot 13 + 1,25 \cdot 32 + 2,5 \cdot 3 + 4,0 \cdot 2) = \frac{139,25}{100} = 1,39$$

50% der befragten Personen werden in der 3.Klasse erreicht, der Median (in Tausend Taler) ist

$$F(\bar{x}_Z) = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \frac{F(\bar{x}_Z) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)} = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \frac{F(0,5) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)}$$

$$1 + (1,5 - 1) \cdot \frac{0,5 - 0,22}{0,54 - 0,22} = 1,44.$$

Der Median ist etwas größer - die Verteilung scheint leicht rechtssteil.

c) Für die Lorenzkurve wird das gesamte Einkommen benötigt (in Tausend Talern):

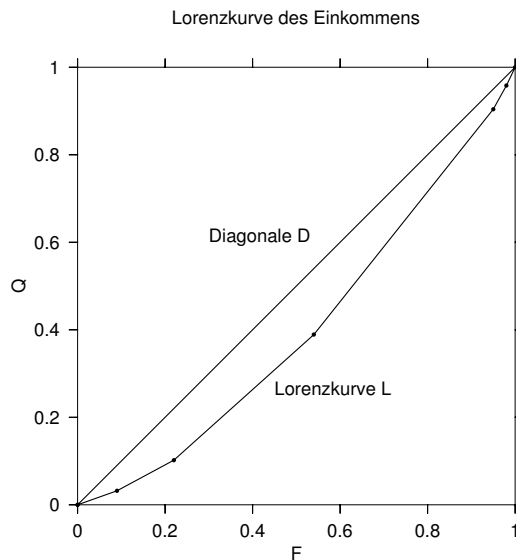
$$q_{ges} = 0,25 \cdot 9 + 0,75 \cdot 13 + 1,25 \cdot 32 + 2,5 \cdot 3 + 4,0 \cdot 2 = 139,25$$

Jetzt kann der Anteil der Personen in jeder Klasse am Gesamteinkommen berechnet werden:

$$q_k = h_k \cdot (x_k^o + x_k^u) / 2 \cdot \frac{1}{q_{ges}}.$$

| Einkommen<br>in Talern | relative<br>Häufigkeit $f_k$ | kumuliert<br>$F_k$ | Anteil<br>$q_k$ | kumuliert<br>$Q_k$ |
|------------------------|------------------------------|--------------------|-----------------|--------------------|
| ]0-500]                | 0,09                         | 0,09               | 0,016           | 0,016              |
| ]500-1000]             | 0,13                         | 0,22               | 0,070           | 0,102              |
| ]1000-1500]            | 0,32                         | 0,54               | 0,287           | 0,389              |
| ]1500-2000]            | 0,41                         | 0,95               | 0,515           | 0,904              |
| ]2000-3000]            | 0,03                         | 0,98               | 0,054           | 0,958              |
| ]3000-5000]            | 0,02                         | 1,0                | 0,057           | 1                  |

Lorenz-Plot:



**Abbildung 3:** Lorenzkurve der Einkommensverteilung in Entenhausen

Der Gini-Koeffizient entspricht der doppelten Fläche zwischen den beiden Kurven. Man erkennt, dass die relative Konzentration (und damit der Gini-Koeffizient) nicht besonders groß ist.

## Aufgabe 6

Landtagswahlen: die Aussage des Herrn Trumpheimer kann durch Vergleich der Variationskoeffizienten überprüft werden. Benötigt werden die arithmetischen Mittel (in %)

$$\bar{x}_A = \frac{1}{7} (5,6 + 6,3 + 6,6 + 6,9 + 7,1 + 7,6 + 6,1) = 6,6$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{7} (40,4 + 41,9 + 47,9 + 40,4 + 48,9 + 41,4 + 42,9) = 43,4$$

sowie die Varianzen und die daraus berechneten Standardabweichungen

$$s_A^2 = \frac{1}{7} (5,6^2 + 6,3^2 + 6,6^2 + 6,9^2 + 7,1^2 + 7,6^2 + 6,1^2) - 6,6^2$$

$$= 0,383$$

$$\Rightarrow s_A = \sqrt{s_A^2} = 0,619$$

$$\begin{aligned}
s_B^2 &= \frac{1}{7} (40,4^2 + 41,9^2 + 47,9^2 + 40,4^2 + 48,9^2 + 41,4^2 + 42,9^2) - 43,4^2 \\
&= 10,714 \\
\Rightarrow s_B &= \sqrt{s_B^2} = 3,273.
\end{aligned}$$

Die Variationskoeffizienten  $v_x = \frac{s_x}{\bar{x}}$  für die beiden Stichproben sind

$$v_A = \frac{s_A}{\bar{x}_A} = \frac{0,619}{6,6} = 0,094$$

und

$$v_B = \frac{s_B}{\bar{x}_B} = \frac{3,273}{43,4} = 0,075.$$

Damit wird klar, dass Herr Trumpheimer falsch liegt, die Verteilung der Stimmenanteile für seine Partei  $A$  ist deutlich breiter.