

# Musterlösung zur Klausur Statistik

TI19

Oettinger 03.2021

Zeit: 90Min.

Insgesamt erreichbare Punktzahl: 106, 100%: 100 Punkte.

## Aufgabe 1

(15 Punkte)

- (a) Der Median ist der Wert in der Mitte der Stichprobe, er entspricht dem 50%-Quantil - falsch.
- (b) Bei einer engipfligen, symmetrischen Verteilung liegt der Modus genau in der Mitte der Stichprobe, genau wie der Median - richtig (falls die Stichprobe groß genug ist).
- (c) Nominale Merkmalswerte können nicht geordnet werden - die Bestimmung des Medians ist nicht möglich - falsch.
- (d) Die Varianz kann nur positive Werte annehmen - richtig, sie ist eine Summe quadrierter Größen.
- (e) Das arithmetische Mittel kann auch negative Werte annehmen, beispielsweise bei negativen Merkmalswerten - falsch.

## Aufgabe 2

(10 Punkte)

Tag	1	2	3	4	5	6	7
km ( $x$ )	15	16,5	17,5	18	18	20	22

a) Arithmetisches Mittel:

$$\bar{x} = \frac{15 + 16,5 + 17,5 + 18 + 18 + 20 + 22}{7} = \frac{127}{7} = 18,1429$$

b) Harmonisches Mittel:

$$\bar{x}_H = \frac{7}{\frac{1}{15} + \frac{1}{16,5} + \frac{1}{17,5} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{1}{20} + \frac{1}{22}} = 17,9037$$

c) Die Durchschnittsgeschwindigkeit erhält man als Quotienten der gesamten zurückgelegten Strecke und der gesamten benötigten Zeit, also

$$\frac{15km + 16,5km + 17,5km + 18km + 18km + 20km + 22km}{7h}$$

Die Anwendung des arithmetischen Mittels ist hier korrekt.

d) Vielleicht!

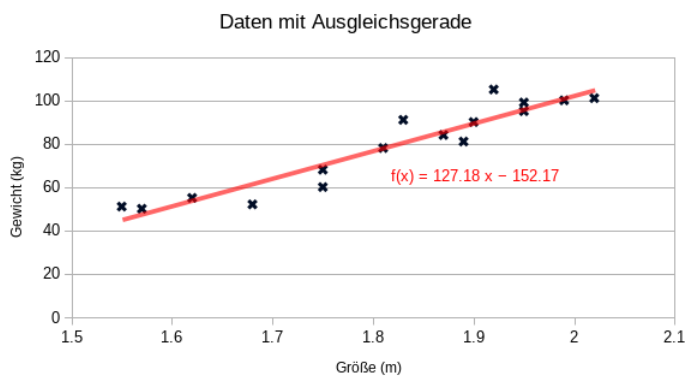
## Aufgabe 3

(32 Punkte)

Die arithmetischen Mittel sind  $\bar{x} = 1,816m$  und  $\bar{y} = 78,75kg$ , die für die Regression benötigten Daten lauten

$x_i(\text{m})$	$y_i(\text{kg})$	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1,55	51	-0,266	-27,75	7,382	0,071
1,57	50	-0,246	-28,75	7,073	0,061
1,62	55	-0,196	-23,75	4,655	0,038
1,68	52	-0,136	-26,75	3,638	0,018
1,75	60	-0,066	-18,75	1,238	0,004
1,75	68	-0,066	-10,75	0,71	0,004
1,81	78	-0,006	-0,75	0,005	0
1,83	91	0,014	12,25	0,172	0
1,87	84	0,054	5,25	0,284	0,003
1,89	81	0,074	2,25	0,167	0,005
1,9	90	0,084	11,25	0,945	0,007
1,92	105	0,104	26,25	2,73	0,011
1,95	95	0,134	16,25	2,178	0,018
1,95	99	0,134	20,25	2,714	0,018
1,99	100	0,174	21,25	3,698	0,03
2,02	101	0,204	22,25	4,539	0,042

a) Die Stichprobe in grafischer Form:



b) Die Kovarianz (in m kg) ist

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 2,633,$$

Die Varianz des Merkmals  $x$  ist (in  $\text{m}^2$ )

$$s_{xx} = \frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2 = 0,0206,$$

also ist die Steigung der Ausgleichsgeraden

$$a = \frac{s_{xy}}{s_{xx}} = 127,66$$

und der Achsenabschnitt  $b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} = -153,03$ .

- c) Marie wird bei einer Größe von 1,77m etwa 72,9kg wiegen, für Karl erwartet man eine Größe von 1,91m.

#### Aufgabe 4

(27 Punkte)

Die benötigten Daten zur Aufgabe:

Zahl der Tabellen $x_i$	Tage früher	Tage jetzt	kumuliert früher	kumuliert jetzt
1	60	5	60	5
2	160	10	220	15
3	110	25	330	40
4	0	20	330	60
5	60	0	390	60
6	50	0	440	60
8	0	40	440	100

- a) Die Aussage ist: Lohnt sich der Droide (ist die Produktivität angestiegen?).  
 b) Benötigt werden das Arithmetische Mittel und der Median:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m h_i x_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{440} (60 + 2 \cdot 160 + 3 \cdot 110 + 4 \cdot 0 + 5 \cdot 60 + 6 \cdot 50 + 8 \cdot 0) = 2,977 \text{ ohne Droide,}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{100} (5 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 25 + 4 \cdot 20 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 0 + 8 \cdot 40) = 5 \text{ mit Droide.}$$

Der Median lässt sich aus den Daten in der Tabelle ablesen, für die Daten ohne den Droiden

$$\bar{x}_Z = \frac{x_{220} + x_{221}}{2} = 2,5,$$

nach der Einführung des Droiden

$$\bar{x}_Z = \frac{x_{50} + x_{51}}{2} = 4.$$

Die mittlere absolute Abweichung vom arithmetischen Mittel ist

$$\begin{aligned} d_{\bar{x}} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m h_i (x_i - \bar{x}), \\ &= 1,25 \text{ ohne Droide bzw.} \\ &= 2,4 \text{ mit Droide.} \end{aligned}$$

Die mittlere absolute Abweichung vom Median ist

$$\begin{aligned} d_{\bar{x}_Z} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m h_i (x_i - \bar{x}_Z), \\ &= 1,25 \text{ ohne Droide bzw.} \\ &= 2,2 \text{ mit Droide.} \end{aligned}$$

## Aufgabe 5

(14 Punkte)

Geeignete Mittelwerte.

1. Wenn Ted eine mittlere Geschwindigkeit von 60 km/h fahren will, benötigt er für die insgesamt 8 km Weg eine Zeit von  $8/60 \text{ h} = 8 \text{ min}$ . Da er aber für den Rückweg von 4km bereits eine Zeit von  $4/30 \text{ h} = 8 \text{ min}$  einplant, kann er die geplante Durchschnittsgeschwindigkeit nicht erreichen.

2. Geometrisches Mittel: das mittlere Wachstum ist

$$\bar{x}_G = \sqrt[3]{(1 + 0,1) \cdot (1 + 0,15) \cdot (1 - 0,0005)} - 1 = 8,13\%.$$

Ist die Größe der Kultur zu Beginn  $N_0$ , beträgt sie nach 5 Tagen

$$N_5 = (1 + \bar{q})^5 N_0 = (1,0813)^5 N_0 = 1,48 N_0,$$

das entspricht einem Wachstum von 48%.

3. Insgesamt befragte Personen:  $100 + 1000 = 1100$ . Für die Abschaffung sind  $60 + 380 = 440$ . Also sind  $440/1100 = 40\%$  dafür.

## **Aufgabe 6**

(8 Punkte)

Nominale/ordinale/kardinale Merkmale:

- (a) Körpergröße: kardinal (Zahl)
- (b) Farbe: nominal (keine Rangfolge)
- (c) Krawattenlänge: kardinal (Zahl)
- (d) Qualität von Vorlesungen: ordinal (keine Zahl, aber mit Rangfolge)