

Übungsklausur Mathematik II

TMM11

21.06.2012

Zeit: 90Min.

Insgesamt erreichbare Punktzahl: 55, 100%: 50 Punkte.

Aufgabe 1

(11 Punkte)

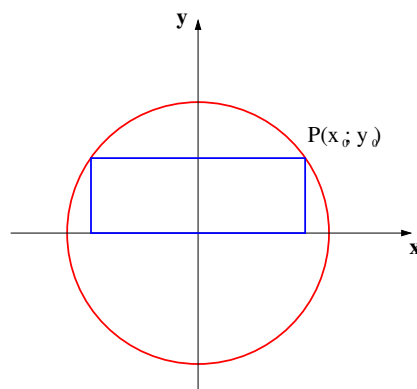


Abbildung 1: Rechteck im Halbkreis.

In einen Halbkreis, gegeben durch die Gleichung $r^2 = x^2 + y^2$ mit $y \geq 0$, wird ein Rechteck mit einem Eckpunkt P eingeschrieben (vgl. Abb. 1). Welche Koordinaten muss P haben, damit die Fläche des Rechtecks ein Maximum annimmt?

Aufgabe 2

(7 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitung von

a)

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$$

b)

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{2x - x^2}$$

c)

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin(\sqrt{4x})$$

Aufgabe 3

(12 Punkte)

a) Bestimmen Sie a so, dass die Funktion

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + ax^2 + 2$$

in $x = 2$ eine Extremstelle hat. Um welche Art von Extremstelle handelt es sich ?

b) Bestimmen Sie alle Punkte $(x_0; y_0)$, an denen eine Tangente mit der Steigung $m = 4/3$ an das Schaubild der oben bestimmten Funktion f angelegt werden kann. Geben Sie die Gleichungen dieser Tangenten an.

c) Wie verhält sich die Funktion für $x \rightarrow \pm\infty$?

d) Skizzieren Sie die Funktion in einem passend gewählten Bereich.

Aufgabe 4

(15 Punkte)

Gegeben ist die Funktion:

$$f : x \mapsto x^3 - 4x^2 + 3; x \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie Nullstellen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrema/Wendestellen und Asymptoten. Zeichnen (Skizze!) Sie die Funktion in einem geeigneten Intervall.

Aufgabe 5

(10 Punkte)

Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = 1/x$ um die Stelle $x_0 = 1$ in eine Taylorreihe.