

## Mathematik II - Übungsblatt 1

### Aufgabe 1

Untersuchen Sie die Funktion  $f(x) = 3 \sin(2x - \frac{\pi}{2})$  auf Schnittpunkte mit den Achsen, Extrema und Wendepunkte im Bereich  $[0; \pi]$ .

### Aufgabe 2

Für jedes positive und reelle  $a$  ist durch

$$f_a(x) = \frac{a \cdot e^x}{a + e^x}, x \in \mathbb{R}$$

eine Funktion  $f_a$  gegeben.

- Zeigen Sie, dass  $f_a$  streng monoton zunimmt. Bestimmen Sie die Asymptoten und den Wendepunkt  $W_a$  des Schaubilds von  $f_a$  samt Steigung der Wendetangente.
- Zeichnen Sie das Schaubild für  $a = 4$  im Bereich von  $3 \leq x \leq 6$ .
- Es gibt Kurven  $K_a$ , die die Gerade  $y = 2$  schneiden. Bestimmen Sie die zugehörigen Abszissen ( $x$ -Werte) in Abhängigkeit von  $a$ . In welchem Bereich liegen die Abszissen der Schnittpunkte? Ermitteln Sie diejenigen Werte von  $a$ , für die diese Abszissen größer als  $\ln 6$  sind.
- Gegeben sei für alle negativen, reellen  $a$  die Funktion  $g_a$  durch

$$g_a(x) = \frac{a \cdot e^x}{a + e^x}, x \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge und die Wertemenge von  $g_a$ . Zeigen Sie, dass  $f_a$  und  $g_a$  Umkehrfunktionen besitzen und geben Sie jeweils den Funktionsterm und die Definitionsmenge der Umkehrfunktionen an.

### Aufgabe 3

Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x} \text{ mit } x \in D_f$$

auf Definitionsbereich  $D_f$ , Asymptoten, Schnittpunkte mit den Achsen, Extrema und Differenzierbarkeit an den Rändern.