

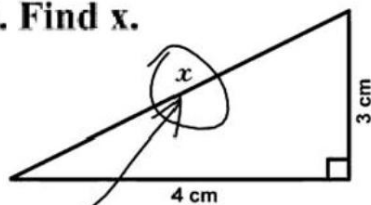
# Übungsklausur Mathematik III

Oettinger 2015

Zeit: 90Min.

Insgesamt erreichbare Punktzahl: 55, 100%: 50 Punkte.

3. Find  $x$ .



*Here it is*

Hilfsformeln

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b} \quad \ln a + \ln b = \ln(a \cdot b)$$

Fourierkoeffizienten:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

### Aufgabe 1

Berechnen Sie die Integrale  $\int f(x)dx$  der folgenden Funktionen:

(a)  $f(x) = 2x^2 \cdot e^x$

(b)  $f(x) = \cos^2(x) \cdot \tan(x)$

(c)  $f(x) = \frac{2\sqrt{5}}{x^2-5}$

(12 Punkte)

### Aufgabe 2

Skizzieren Sie die durch

$$x \geq 0; y \geq 0; 0 \leq x^2 + y^2 \leq 4$$

gegebene Fläche und berechnen Sie das Flächenintegral der Funktion  $f(y) = \frac{4}{3} \cdot y$  über die Fläche.

### Aufgabe 3

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y'^2 - 2xy' - 2y + 2x^2 = 0$$

(a) Zeigen sie, dass die Funktion  $y(x) = (x + C)^2 + C^2$ , ( $x > 0$ ) eine Lösung der Differentialgleichung ist.

(b) Ist die Funktion  $y(x) = \frac{x^2}{2}$  ebenfalls eine Lösung der Differentialgleichung?

(c) Wie nennt man die Lösung in a), wie die Lösung in b)?

(6 Punkte)

#### Aufgabe 4

Finden Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = 2x \cdot (y(x))^2$$

(4 Punkte)

#### Aufgabe 5

(7 Punkte) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$2xy' - y = 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} \quad y \rightarrow -1 \text{ für } x \rightarrow \infty$$

durch Berechnung der Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung und Variation der Konstanten.

#### Aufgabe 6

(a) Klassifizieren Sie die Differentialgleichungen

$$y' + 2y = e^{2y} \quad (1)$$

$$y'' - y + 4x = 0 \quad (2)$$

$$F(y^{(3)}, \sin(y), 2x) = 0 \quad (3)$$

(b) Wieviele Lösungen besitzt die DGL (1)?

(c) Wieviele Lösungen besitzt die DGL (2)?

(d) Wieviele Lösungen besitzt das Anfangswertproblem zur DGL (2)

$$y'' - y + 4x \quad y(0) = -127?$$

#### Aufgabe 7

Gegeben sei die  $2\pi$ -periodische Sägezahnfunktion, die durch  $f(x) = \frac{\pi-x}{2}$  für  $0 \leq x < 2\pi$  definiert ist. Sie kann in eine Fourier-Reihe

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cdot \cos(nx) + b_n \cdot \sin(nx)]$$

entwickelt werden, wobei  $a_n = 0$  für  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  (es handelt sich um eine ungerade Funktion). Berechnen Sie den Fourier-Koeffizienten  $b_1$ .

### Aufgabe 8

Welche der folgenden Funktionen sind periodisch? Geben Sie, wenn möglich, das Periodenintervall an

a)  $f(x) = \cos(x + 1)$

b)  $f(x) = x \cdot \cos(5x)$

c)  $f(x) = \sin^2(x) + \cos^2(x) - 2$