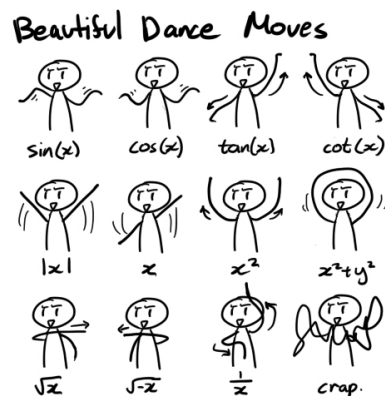


Übungsklausur Mathematik I

TMM16

Zeit: 90Min.

Insgesamt erreichbare Punktzahl: 55, 100%: 50 Punkte.



Aufgabe 1

Gegeben ist die Relation $r(x) = \sin(|x+1|)$ mit dem Definitionsbereich $D = \mathbb{R}$.

- Schreiben Sie die Relation in betragsfreier Form und untersuchen Sie $r(x)$ auf Symmetrie. Handelt es sich um eine gerade oder ungerade Funktion oder Relation?
- Untersuchen Sie $r(x)$ an der Stelle $x_0 = -1$ auf Stetigkeit.
- Skizzieren Sie $r(x)$ mit Definitionsbereich $D = [-2\pi - 1; 2\pi - 1]$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass die Beziehung

$$\sum_{k=1}^n k^1 = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

für alle $n \in \mathbb{N}; n > 0$ erfüllt ist.

Aufgabe 3

(4 Punkte)

Untersuchen Sie die unendliche Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{k} + 1)^2}{k^2 + \sqrt{k^4 - 1}}$$

auf Konvergenz.

Aufgabe 4

Welche der Relationen

$$(1) : f(x) = \sqrt[3]{x} \quad (2) : g(x) = \sqrt{x} \quad (3) : h(x) = (|x|)^{\frac{1}{2}} \quad (4) : k(x) = |x|$$

sind im Definitionsbereich $D = [0; \infty]$ Funktionen? Warum?

Aufgabe 5

(7 Punkte):

Bestimmen Sie die Grenzwerte

a)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{(\sqrt{x} + 1) \cdot x}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$$

Aufgabe 6

(9 Punkte):

Rechnen Sie die folgende komplexe Zahl in ihre algebraische Normalform ($z = a + ib$) um:

$$z_1 = 5 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}.$$

Berechnen Sie die Differenz von z_1 und $z_2 = 2 + i \cdot 3$ und stellen Sie z_1 , z_2 und $z_1 - z_2$ als Vektoren in der Gaußschen Zahlenebene dar.

Aufgabe 7

(9 Punkte):

a) Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Gleichung

$$\sqrt{2x^2 - 1} + x = 0$$

b) Für welche $x \in \mathbb{R}$ erhält man reelle Werte der Wurzel

$$\sqrt{\frac{4-x}{x+1}}$$