

Aufgabe 1

(9 Punkte)

U sei der (fest vorgegebene) Umfang eines Rechtecks mit den Seitenlängen $a \geq 0$ und $b \geq 0$. Wie muss das Rechteck beschaffen sein, um eine möglichst große Fläche zu besitzen?

Warum liefert die Rechnung kein Ergebnis, wenn man das Rechteck mit der kleinsten Fläche sucht?

Aufgabe 2

(10 Punkte)

Welche der folgenden Funktionen lassen sich ableiten? Bestimmen Sie die erste Ableitung, sofern möglich.

a)

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 2x + 1}; \quad x \geq 0$$

b)

$$f(x) = 12e^x$$

c)

$$f(x) = e^{12x}$$

d)

$$f(x) = e^{12 \cdot \sin(x)}$$

Aufgabe 3

(14 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x) = 4x - 3x^3$$

im Intervall $D =] - 1, 5; 1, 5[$ auf Symmetrie, Extrema, Nullstellen, i Wendepunkte, Schnittpunkte mit der y -Achse und Asymptoten. Skizzieren Sie die durch die Funktion gegebene Kurve im angegebenen Intervall.

Aufgabe 4

(12 Punkte)

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ in eine Taylorreihe. Was lässt sich aus dem Ergebnis für den Konvergenzradius schließen (die Berechnung des Konvergenzradius ist nicht nötig)?

Aufgabe 5

(9 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x)}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin(x)}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$$