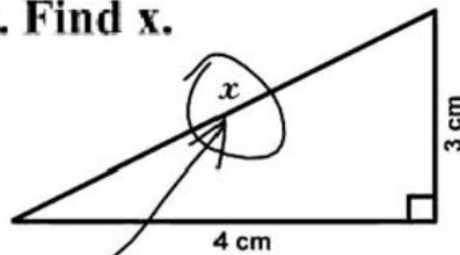


# Übungsklausur Mathematik III

Oettinger 2020

Zeit: 90Min.

3. Find  $x$ .



*Here it is*

Hilfsformeln

Fourierkoeffizienten:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

Laplace-Transformierte

$$e^{-at} \circ \bullet \frac{1}{s+a}; \quad xe^{ax} \circ \bullet \frac{1}{(s-a)^2}$$

### Aufgabe 1

Berechnen Sie die Integrale

a)

$$\int \frac{\cos\left(\frac{2}{x}\right)}{x^2} dx$$

b)

$$\int \frac{4}{x^2 - 4} dx$$

c)

$$\int_0^{\sqrt{\pi/3}} 2x \sin(3x^2) dx$$

### Aufgabe 2

Skizzieren Sie die durch die Beziehung

$$f : 0 \leq \varphi \leq \pi \quad ; r = 2 \cdot \varphi$$

gegebene Fläche und berechnen Sie den Flächeninhalt zwischen der  $x$ -Achse und  $f$ . Um was für eine Figur handelt es sich?

### Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x) + 2y(x) = e^{2x} + 4xe^{2x}$$

mit der Anfangsbedingung  $y(0) = 0$

a) durch Aufsuchen einer partikulären Lösung

b) über eine Laplace-Transformation. es ist

$$e^{ax} \longleftrightarrow \bullet \frac{1}{s-a}; \quad xe^{ax} \longleftrightarrow \bullet \frac{1}{(s-a)^2}$$

#### Aufgabe 4

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{für } -\pi \leq x < 0 \\ 2 & \text{für } 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

mit ihrer  $2\pi$ -periodischen Fortsetzung in eine Fourier-Reihe.

#### Aufgabe 5

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$2xy' - y = 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} \quad y \rightarrow -1 \text{ für } x \rightarrow \infty$$

durch Berechnung der Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung und Variation der Konstanten.

#### Aufgabe 6

Welche der folgenden Funktionen sind periodisch? Geben Sie, wenn möglich, das Periodenintervall an

- a)  $f(x) = \cos(x + 1)$
- b)  $f(x) = x \cdot \cos(5x)$
- c)  $f(x) = \sin^2(x) + \cos^2(x) - 2$