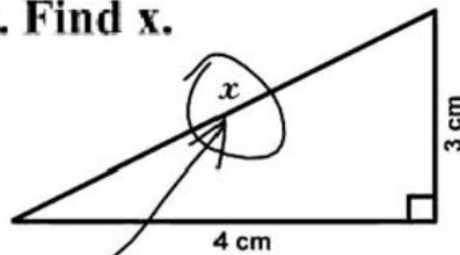


# Übungsklausur Mathematik III

Oettinger 2022

Zeit: 90Min.

3. Find  $x$ .



*Here it is*

Hilfsformeln

Fourierkoeffizienten:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

Laplace-Transformierte

$$e^{ax} \circ \bullet \frac{1}{s-a};$$

$$xe^{ax} \circ \bullet \frac{1}{(s-a)^2}$$

### Aufgabe 1

Berechnen Sie die Integrale  $\int f(x)dx$  der folgenden Funktionen:

(a)  $f(x) = 2x^2 \cdot e^x$

(b)  $f(x) = \cos^2(x) \cdot \tan(x)$

(c)  $f(x) = 2xe^{x^2}$

### Aufgabe 2

Skizzieren Sie die durch die Beziehung

$$f : 0 \leq \varphi \leq \pi \quad ; r = 2 \cdot \varphi$$

gegebene Fläche und berechnen Sie den Flächeninhalt zwischen der  $x$ -Achse und  $f$ . Um was für eine Figur handelt es sich?

### Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x) + 2y(x) = e^{3x} + 5xe^{3x}$$

mit der Anfangsbedingung  $y(0) = 0$

- a) durch Aufsuchen einer partikulären Lösung
- b) über eine Laplace-Transformation.

### Aufgabe 4

Die Funktion  $f(x) = 12b$  kann wegen  $f(x) = f(x + 2\pi) \forall x \in \mathbb{R}$  als  $2\pi$ -periodisch betrachtet werden, sie genügt außerdem den Dirichletschen Bedingungen und kann in eine Fourierreihe der Form

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(nx) + b_n \cdot \sin(nx)$$

entwickelt werden. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten  $a_n$  und  $b_n$ .

### Aufgabe 5

Liegt an einer Spule mit der Induktivität  $L$  und dem elektrischen Widerstand  $R$  eine Gleichspannung  $U_0$  an, so gilt für die Spannung an der Spule

$$U(t) = U_0 - L\dot{I}(t).$$

Nach dem ohmschen Gesetz gilt daher für einen Stromkreis aus Spule und ohmschem Widerstand in Reihenschaltung

$$I(t) = \frac{U_0}{R} - \frac{L}{R}\dot{I}$$

oder

$$\dot{I}(t) + \frac{R}{L}I(t) = \frac{U_0}{L}.$$

Es handelt sich um eine gewöhnliche, lineare und inhomogene DGL 1. Ordnung. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der DGL

a) über das Aufsuchen einer partikulären Lösung

### Aufgabe 6

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$y'(x) = e^{x-y(x)}$$

Um was für eine DGL handelt es sich?