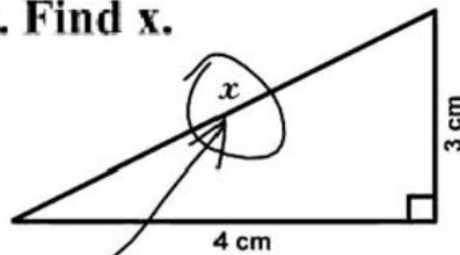


# Übungsklausur Mathematik III

Oettinger 2024

Zeit: 90Min.

3. Find  $x$ .



*Here it is*

Hilfsformeln

Fourierkoeffizienten:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

Laplace-Transformierte

$$e^{ax} \circ \bullet \frac{1}{s-a}; \quad xe^{ax} \circ \bullet \frac{1}{(s-a)^2}$$

### Aufgabe 1

Berechnen Sie die Integrale  $\int f(x)dx$  der folgenden Funktionen:

a)  $f(x) = 2 (\cos(x))^2$

b)  $f(x) = 4xe^{3x^2}$

c)  $f(x) = \cos^2(x) \cdot \tan(x)$

### Aufgabe 2

Skizzieren Sie die durch die Beziehung

$$f : 0 \leq \varphi \leq \pi \quad ; r = 2 \cdot \varphi$$

gegebene Fläche und berechnen Sie den Flächeninhalt zwischen der  $x$ -Achse und  $f$ . Um was für eine Figur handelt es sich?

### Aufgabe 3

Gegeben ist die Differentialgleichung mit Anfangsbedingung

$$y'(x) + \frac{3}{2}y(x) = \frac{9}{2}e^{3x}; \quad y(0) = 1$$

Um was für eine DGL handelt es sich? Lösen Sie die DGL

a) über das Aufsuchen einer partikulären Lösung

b) mit Hilfe der Laplace-Transformation

### Aufgabe 4

Die Funktion  $f(x) = 3\lambda$  kann wegen  $f(x) = f(x + 2\pi) \forall x \in \mathbb{R}$  als  $2\pi$ -periodisch betrachtet werden, sie genügt außerdem den Dirichletschen Bedingungen und kann in eine Fourierreihe der Form

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(nx) + b_n \cdot \sin(nx)$$

entwickelt werden. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten  $a_n$  und  $b_n$ .

### Aufgabe 5

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$2xy' - y = 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} \quad y \rightarrow -1 \text{ für } x \rightarrow \infty$$

durch Berechnung der Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung und Variation der Konstanten.

### Aufgabe 6

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$y'(x) = a(1 - y(x))y(x)$$