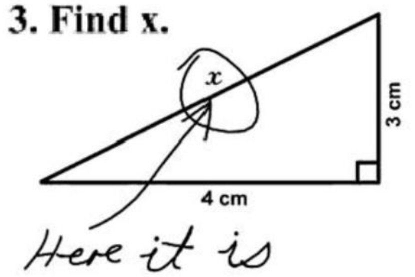
Übungsklausur Mathematik I

TML23

Zeit: 90Min.
Insgesamt erreichbare Punktzahl: 55, 100%: 50 Punkte.



Aufgabe 1

Gegeben ist die Relation $r(x) = \sin(|x+1|)$ mit dem Definitionsbereich $D = \mathbb{R}$.

(a) Schreiben Sie die Relation in betragsfreier Form und untersuchen Sie $r(x)$ auf Symmetrie. Handelt es sich um eine gerade oder ungerade Funktion oder Relation?

(b) Untersuchen Sie $r(x)$ an der Stelle $x_0 = -1$ auf Stetigkeit.

(c) Skizzieren Sie $r(x)$ mit Definitionsbereich $D = [-2\pi - 1; 2\pi - 1]$.

Aufgabe 2

(6 + 4 Punkte)

a) Läst sich die Zahl 10 so in zwei Teile zerlegen, dass das Produkt der Teile 50 ergibt?

b) Begründen Sie mit dem Ergebnis aus a), ob sich ein Garten mit einer Fläche von 40 m^2 mit einem Zaum der Länge 2$\cot$ 10 m umzäunen lässt.

Aufgabe 3

(6 Punkte) Arno Nym verhandelt mit seiner Oma Mira Nym (geborene Bellenbaum) über sein Taschengeld. Oma Mira bietet eine Einmalzahlung von 20,- und die Zahlung von 10,- bei jedem weiteren Besuch. Arno hätte gern sofort 0,50, beim nächsten Besuch 1,- gefolgt von 1,50 beim übernächsten Besuch, also bei jedem Besuch eine Steigerung um -,50.

Wieviele Besuche der Oma müssen vergehen, bis Arno gegenüber der Version seiner Oma gewinnt?

Aufgabe 4

(5 Punkte)
Berechnen Sie die komplexe Zahl $\cos(i)$.

Aufgabe 5

(9 Punkte) Gegeben sind die Ebene E und die Gerade g:

$$E : 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \qquad g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden mit der Ebene.

b) Schneidet die Ebene E die x_2-Achse?

Aufgabe 6

Berechnen bzw. Lösen Sie

a)

$$(2x^2 - 6x + 4)(x - 2) = 0$$

b)

$$x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$$

c)

$$\sum_{i=1}^{3} (2i)^2 - \prod_{i=2}^{5} 2$$

Aufgabe 7

(7 Punkte) Das Symbol $0,\bar{9}$ (Periode) kann mit Hilfe einer Reihendarstellung als

$$0,\bar{9} := \sum_{k=1}^{\infty} \frac{9}{10^k} = 0,999999999...$$

definiert werden. Zeigen Sie mit Hilfe der geometrischen Reihe, dass die Beziehung ($\equiv$: identisch)

$$0,\bar{9} \equiv 1$$

gilt.