

Mathematik III

Übungsblatt 4

7. Luft...

Ein mit Luft gefüllter Kinderballon der Masse m wird fallengelassen. $h(t)$ bezeichnet die Höhe des Luftballons in Metern zur Zeit t in Sekunden. Der Luftballon soll laminar von der Umgebungsluft umströmt werden, sein Reibungswert sei k (Stokes-Reibung $F_R = -k \cdot v(t)$). Der Auftrieb wird zunächst vernachlässigt.

- (a) Wie sieht die Differentialgleichung aus, die das Problem beschreibt?
- (b) Wie lautet die Lösung (über Aufsuchen einer partikulären Lösung)?
- (c) Wie groß ist die Grenzggeschwindigkeit des Ballons für den experimentell bestimmten Parameterwert $\frac{k}{m} = 8\frac{1}{5}$?
- (d) Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Luftballon auf dem Boden auf, wenn er aus fünf Metern Höhe fallengelassen wird?
- (e) Was ändert sich, wenn der Auftrieb des Ballons berücksichtigt wird?

8. Ein Anfangswertproblem

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y'(x) + \tan(x) \cdot y(x) - 5 \sin(2x) = 0, \quad y(3\pi) = 2$$

- (a) Wieviele Lösungen existieren?
- (b) Wie lauten die Lösungen (über die Variation der Konstanten)?