Aufgabe 1

Wellenfunktion für eine harmonische Welle:

$$\begin{aligned}
y(x,t) &= A\sin(\omega t + kx)\\
\dot{y}(x,t) &= A\omega\cos(\omega t + kx)\\
\ddot{y}(x,t) &= -A\omega^2\sin(\omega t + kx)\\
y'(x,t) &= Ak\cos(\omega t + kx)\\
y''(x,t) &= -Ak^2\sin(\omega t + kx)
\end{aligned}$$

Einsetzen der gefundenen Ableitungen in die Differentialgleichung liefert

$$\begin{aligned}
y''(x,t) - \frac{1}{c^2}\ddot{y}(x,t) = -Ak^2\sin(\omega t + kx) - \frac{1}{c^2}(-A)\omega^2\sin(\omega t + kx) &= 0\\
0 = A\frac{k^2}{\omega^2}\sin(\omega t + kx) - \frac{1}{c^2}A\sin(\omega t + kx)\\
= \left(\left(\frac{k}{\omega}\right)^2 - \frac{1}{c^2}\right)A\sin(\omega t + kx)
\end{aligned}$$

Wegen

$$c = \frac{\omega}{k} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{k}{\omega}\right)^2 - \frac{1}{c^2} = \frac{1}{c^2} - \frac{1}{c^2} = 0$$

löst die Wellenfunktion die DGL mit Sicherheit.

Aufgabe 2

a) Konstruktion der Abbildung:

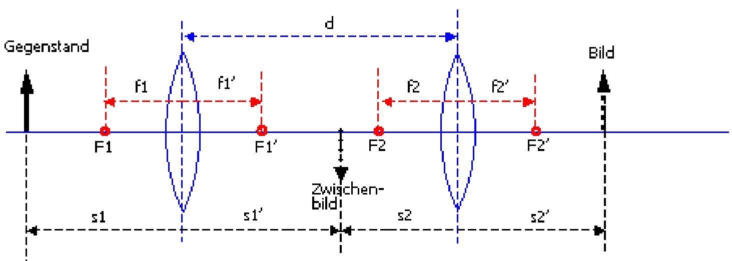


Abbildung 1: Konstruktion der Abbildung für ein Linsensystem.

b) Mit der Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Rightarrow b = \frac{fg}{g-f}$$

$$b_1 = \frac{10\text{cm} \cdot 20\text{cm}}{20\text{cm} - 10\text{cm}} = 20\text{cm}$$

$$g_2 = 35\text{cm} - 20\text{cm} = 15\text{cm}$$

$$b = \frac{f \cdot g_2}{g_2 - f} = \frac{15\text{cm} \cdot 10\text{cm}}{15\text{cm} - 10\text{cm}} = 30\text{cm}.$$

Das Endbild liegt 30cm hinter der zweiten Linse.

c) Das Endbild ist reell (das Zwischenbild ebenfalls), es steht aufrecht.

d) Vergrößerung:

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

$$V_1 = \frac{b_1}{g} = \frac{20\text{cm}}{20\text{cm}} = 1$$

$$V_2 = \frac{b}{g_2} = \frac{15\text{cm}}{15\text{cm}} = 2$$

Die erste Abbildung spielt keine Rolle, die Vergrößerung ist 2,0.

Aufgabe 3

a) Konstruktion der Abbildung:

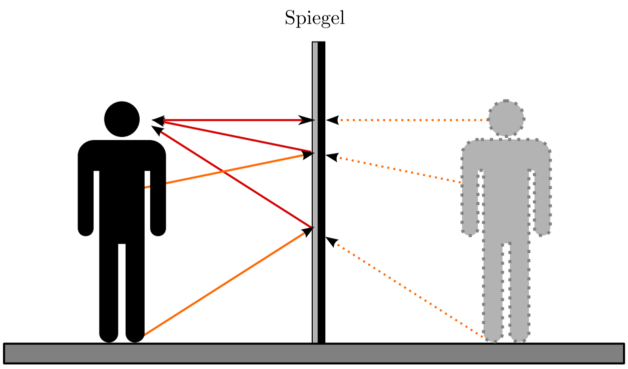


Abbildung 2: Konstruktion der Abbildung am Spiegel.

Nimmt man an, dass sich die Augen der Person an der höchsten Stelle befinden, muss der Spiegel die halbe Höhe der Person besitzen, also 87cm. In diesem Fall wird ein Lichtstrahl vom oberen Ende am Spiegel senkrecht reflektiert, ein Strahl vom tiefsten Punkt aber genau auf halber Höhe der Person reflektiert.

b) Der Spiegel muss natürlich noch immer die Höhe 87cm besitzen, der senkrecht reflektierte Strahl befindet sich aber auf Höhe der Augen (160cm). Ein Lichtstrahl aus einer Höhe von 0cm wird jetzt bei 80cm Höhe reflektiert. Ein Lichtstrahl aus dem höchsten Punkt (174cm) wird auf halber Höhe zwischen Auge und Scheitel reflektiert, bei 167. Der Spiegel muss folglich auf einer Höhe von 80cm angebracht sein, die Höhe für eine vollständige Abbildung ist wieder 80cm + 7cm = 87cm.

c) Da bei der Reflexion an einer ebenen Fläche der Einfallswinkel immer gleich dem Ausfallswinkel ist, schneidet der Lichtstrahl von einem beliebigen Punkt des Bildes zum Auge stets exakt in der Mitte (auf halber Höhe zwischen Bildpunkt und Auge). Die Entfernung vom Spiegel ist völlig unerheblich.

d) Es handelt sich um ein virtuelles Bild, es entsteht durch die gedachte Verlängerung der Lichtstrahlen, die ins Auge fallen. Das Bild lässt sich nicht auf einem Schirm einfangen.

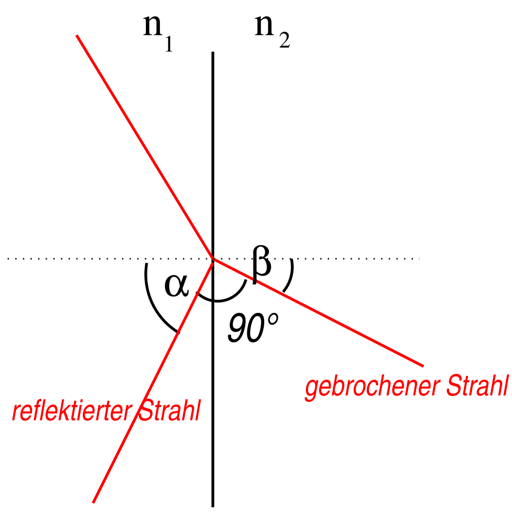
Aufgabe 4

Frequenz ist $f = 100$MHz$= 100 \cdot 10^6$1/s, die Lichtgeschwindigkeit beträgt $c = 3 \cdot 10^8$m/s. Für die Wellenlänge gilt:

$$c = \lambda \cdot f \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{m/s}}{1 \cdot 10^8 \text{1/s}} = 3\text{m}$$

Die Antenne mit der halben Wellenlänge muss also $1,50$m lang sein.

Aufgabe 5



a)

Abbildung 3: Konstruktion der Abbildung.

b) Der Konstruktion oben kann man entnehmen, dass

$$\alpha + \beta + 90° = 180° \quad \Leftrightarrow \quad \alpha + \beta = 90° \quad \Leftrightarrow \quad \beta = 90° - \alpha$$

Das Snellius-Gesetz lautet

$$\begin{aligned}
\frac{\sin(\alpha)}{\sin(90° - \alpha)} &= \frac{n_2}{n_1} \\
&= \frac{\sin(\alpha)}{\sin(90°)\cos(-\alpha) + \cos(90°)\sin(-\alpha)} = \frac{\sin(\alpha)}{1 \cdot \cos(-\alpha) + 0 \cdot \sin(-\alpha)} \\
&= \frac{\sin(\alpha)}{\cos(-\alpha)} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \\
&= \tan(\alpha)
\end{aligned}$$