Aufgabe 1

(12 Punkte)
Mit der Kettenregel abgeleitet

$$\begin{aligned}
f(x+ct) &= (x+ct)^2 \\
f'(x+ct) &= 2(x+ct)\cdot 1 \\
f''(x+ct) &= 2\cdot 1\cdot 1 = 2 \\
\dot{f}(x+ct) &= 2(x+ct)\cdot c \\
\ddot{f}(x+ct) &= 2\cdot c\cdot c = 2c^2
\end{aligned}$$

Eingesetzt in die DGL:

$$\frac{\partial^2}{dx^2}f(x,t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}f(x,t) = 2 - \frac{c^2}{c^2}2 = 0.$$

Die Funktion ist eine Lösung. Natürlich ist auch $(x-ct)^2$ eine Lösung, weil $(-c)\cdot(-c) = +c^2$. $(x-ct)^3$ ist ebenfalls Lösung - die beiden Ableitungen verhalten sich analog:

$$\begin{aligned}
f(x+ct) &= (x+ct)^3 \\
f'(x+ct) &= 3(x+ct)^2\cdot 1 \\
f''(x+ct) &= 3\cdot 2\cdot (x+ct)\cdot 1 = 6(x+ct) \\
\dot{f}(x+ct) &= 3(x+ct)^2\cdot c \\
\ddot{f}(x+ct) &= 3\cdot 2\cdot c\cdot c(x+ct) = 6(x+ct)c^2
\end{aligned}$$

Aufgabe 2

(3 Punkte)
Durch die Brechung an der Waseroberfläche wird das Licht, das der Fisch reflektiert vom Einfallslot weggebrochen. Die Position des Fisches scheint also vom Fischer weg bzw. nach oben verschoben zu sein - der Punkt C ist der richtige.

Aufgabe 3

(20 Punkte)

a) Konstruktion der Abbildung:

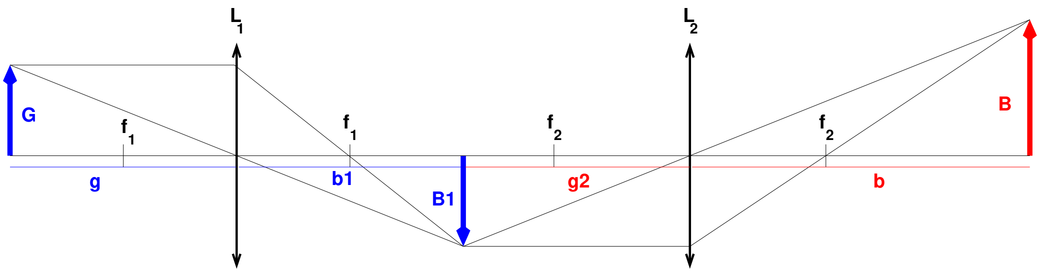

Abbildung 1: Konstruktion der Abbildung durch das Linsensystem.

b) Mit der Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Rightarrow b_1 = \frac{f_1 g}{g - f_1}$$

$$b_1 = \frac{5\text{cm} \cdot 10\text{cm}}{10\text{cm} - 5\text{cm}} = 10\text{cm}$$

$$g_2 = 20\text{cm} - 10\text{cm} = 10\text{cm}$$

$$b = \frac{f_2 \cdot g_2}{g_2 - f_2} = \frac{10\text{cm} \cdot 6\text{cm}}{10\text{cm} - 6\text{cm}} = 15\text{cm}.$$

Das Endbild liegt 15cm hinter der zweiten Linse.

c) Das Endbild ist reell (das Zwischenbild ebenfalls), es steht aufrecht.

d) Vergrößerung:

$$V = \frac{B}{G} = (-1)\frac{b}{g}$$

$$V_1 = (-1)\frac{b_1}{g} = (-1)\frac{10\text{cm}}{10\text{cm}} = -1$$

$$V_2 = (-1)\frac{b}{g_2} = (-1)\frac{15\text{cm}}{10\text{cm}} = -1,5$$

Die erste Abbildung spielt keine Rolle, die Vergrößerung ist $(-1) \cdot (-1,5) = 1,5$.

Aufgabe 4

(10 Punkte)
Der Einfallswinkel wird gegen die Normale gemessen, er beträgt 30°. Die gesuchte Länge des Schattens x setzt sich aus zwei Teilstücken zusammen: $x = y + z$, das Sonnenlicht fällt unter einem Winkel von 60° auf die Oberfläche:

$$\tan(60°) = \frac{0,5\text{m}}{y}$$
$$y = \frac{0,5\text{m}}{\tan(60°)} = 0,29\text{m}$$

Nach der Brechung an der Wasseroberfläche gilt für den Ausfallswinkel β

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = n$$
$$\sin(\beta) = \frac{\sin(\alpha)}{n}$$
$$\Rightarrow \beta = 22,6°$$

Damit ist die Strecke z

$$\tan\beta = \frac{z}{2\text{m}}$$
$$z = 0,83\text{m}$$

und die Länge des Schattens $x = y + z = 0,29\text{m} + 0,83\text{m} = 1,12\text{m}$.

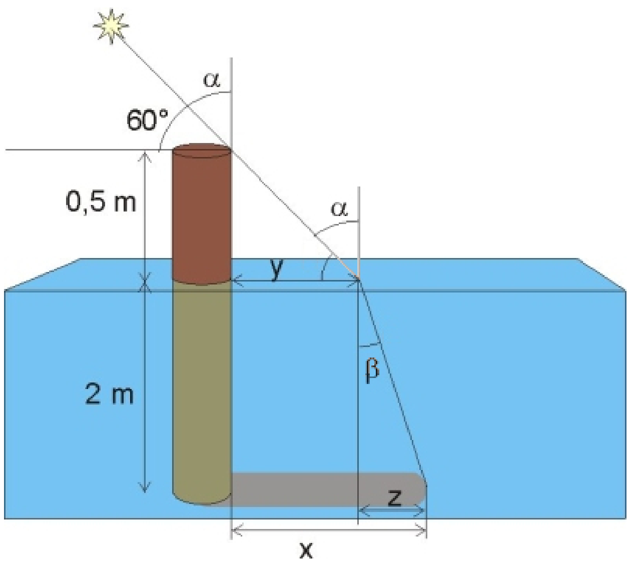

Abbildung 2: Pfahl im Wasserbecken

Aufgabe 5

(5 Punkte)
Am dem Snelliusschen Brechungsgesetz kann man die beiden Fälle direkt ablesen:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad \sin(\beta) = \sin(\alpha)\frac{n_1}{n_2}$$

Für gleiche Ein- und Ausfallswinkel gilt also

$$\sin(\beta) = \sin(\alpha)\frac{n_1}{n_2} = \sin(\alpha)$$

Die beiden möglichen Fälle sind

1. senkrechter Einfall $\sin(\alpha) = \sin(\beta) = 0$ oder
2. identische Brechungsindizes $n_1 = n_2 \ \Rightarrow n_1/n_2 = 1$