

Aufgabe 1

(9 Punkte)

Die benötigten Ableitungen lauten

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}y(x, t) &= 3 \cdot k(kx + \omega t)^2 \\ \frac{d^2}{dx^2}y(x, t) &= 3 \cdot 2k^2(kx + \omega t) = 6k^2(kx + \omega t) \\ \frac{d}{dt}y(x, t) &= 3 \cdot \omega(kx + \omega t)^2 \\ \frac{d^2}{dt^2}y(x, t) &= 3 \cdot 2\omega^2(kx + \omega t) = 6\omega^2(kx + \omega t)\end{aligned}$$

Eingesetzt in die Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dx^2}y(x, t) - \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2}y(x, t) &= 6k^2(kx + \omega t) - \frac{1}{c^2} 6\omega^2(kx + \omega t) \\ &= 6k^2(kx + \omega t) - \frac{k^2}{\omega^2} 6\omega^2(kx + \omega t) \\ &= 6k^2(kx + \omega t) - 6k^2(kx + \omega t) = 0\end{aligned}$$

Die Funktion $y(x, t)$ ist Lösung der Wellengleichung.

Sie kann aber keine elektromagnetische Welle beschreiben - sie ist nicht periodisch.

Die benötigten Ableitungen lauten

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}y(x, t) &= \frac{3}{2} \cdot k(kx + \omega t)^2 \\ \frac{d^2}{dx^2}y(x, t) &= 3 \cdot k^2(kx + \omega t) \\ \frac{d}{dt}y(x, t) &= \frac{3}{2} \cdot \omega(kx + \omega t)^2 \\ \frac{d^2}{dt^2}y(x, t) &= 3 \cdot \omega^2(kx + \omega t)\end{aligned}$$

Eingesetzt in die Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dx^2}y(x,t) - \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2}y(x,t) &= 3k^2(kx + \omega t) - \frac{1}{c^2} 3\omega^2(kx + \omega t) \\ &= 3k^2(kx + \omega t) - \frac{k^2}{\omega^2} 3\omega^2(kx + \omega t) \\ &= 3k^2(kx + \omega t) - 3k^2(kx + \omega t) = 0\end{aligned}$$

Aufgabe 2

(22 Punkte)

- a) Für die Bildweite b benötigt man die Brennweite, es ist $D = 1/f = 20 \text{ dpt}$ und damit $f = 1/D = 5 \text{ cm}$. Aus der Abbildungsgleichung

$$\begin{aligned}\frac{1}{f} &= \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \Leftrightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} = \frac{g-f}{fg} \\ b &= \frac{fg}{g-f} = \frac{5 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}}{15 \text{ cm} - 5 \text{ cm}} = 7,5 \text{ cm}\end{aligned}$$

Die Vergrößerung der Abbildung ist (das Minuszeichen zeigt an, dass das Bild auf dem Kopf steht)

$$V_1 = (-1) \frac{b}{g} = -\frac{7,5 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = -\frac{1}{2}.$$

- b) Das Bild der ersten Abbildung entsteht genau zwischen den beiden Linsen, also $g_2 = 7,5 \text{ cm}$ vor der zweiten Linse. Mit der Abbildungsgleichung liefert die zweite Linse eine Abbildung bei

$$\begin{aligned}\frac{1}{f_2} &= \frac{1}{b_2} + \frac{1}{g_2} \Leftrightarrow \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{g_2} = \frac{g_2 - f_2}{f_2 g_2} \\ b_2 &= \frac{f_2 g_2}{g_2 - f_2} = \frac{6 \text{ cm} \cdot 7,5 \text{ cm}}{7,5 \text{ cm} - 6 \text{ cm}} = 30 \text{ cm}\end{aligned}$$

Das Bild des Systems entsteht $b_2 = 30 \text{ cm}$ hinter der zweiten Linse. Die Vergrößerung ist

$$V_2 = (-1) \frac{b_2}{g_2} = -\frac{30 \text{ cm}}{7,5 \text{ cm}} = -4.$$

Die Vergrößerung des Systems ist $V_1 \cdot V_2 = (-1/2) \cdot 4 = 2$.

- c) das Bild steht aufrecht, es ist reell (beide Abbildungen lassen sich durch tatsächliche Lichtstrahlen konstruieren und liefern ein reelles Bild, die Vergrößerung ist positiv)
- d) Konstruktion der Abbildung:

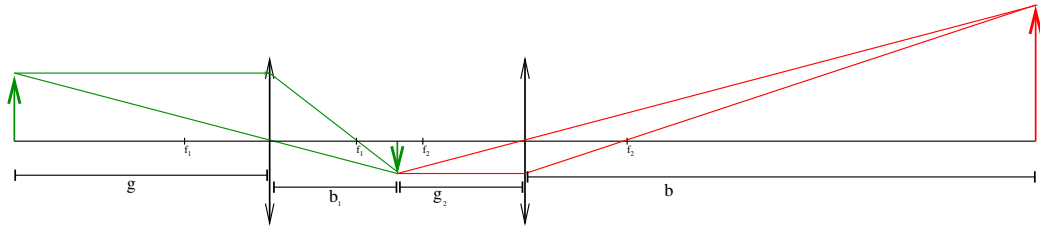


Abbildung 1: Abbildung durch das Linsensystem.

- e) Das Linsensystem kann nicht durch eine Linse ersetzt werden (eine Linse liefert ein reelles Bild, das auf dem Kopf steht oder ein aufrechtes virtuelles Bild!).
- f) Wenn das Bild auf dem Kopf stehen darf, kann die Abbildung mit einer Linse erzeugt werden. Gegenstand und Bild sind genau 60 cm voneinander entfernt, die Abbildung hat eine Gesamtvergrößerung von $V = -2$, also gilt

$$\frac{b}{g} = 2 \Rightarrow b = 2 \cdot g \quad \text{oder} \quad g_3 = 20 \text{ cm}, b_3 = 40 \text{ cm}$$

Damit kann die benötigte Brennweite berechnet werden:

$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{g_3} + \frac{1}{b_3} = \frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{40 \text{ cm}}$$

$$\Rightarrow f_3 = 13,3 \text{ cm}$$

Aufgabe 3

(4 Punkte)

Das Licht, das von Sternen zur Erde gelangt, trifft auf seinem Weg durch das Weltall keine Hindernisse; es breitet sich daher geradlinig und ohne Verluste durch Streuung über beliebig lange Strecken aus. Nachts können wir dieses Licht auch auf der Erde beobachten, sofern der Himmel nicht zu bewölkt oder neblig ist. Die besten Beobachtungen werden allerdings von Satelliten aus

gemacht, denn entlang des Weges durch die Atmosphäre trifft einfallendes Licht auf kleine Wassertröpfchen und Partikel in der Luft und wird von diesen in alle Richtungen reflektiert (gestreut). Diese Streuung findet vor allem in den erdnahen Atmosphären-Schichten statt, da dort eine höhere Gas- und Feuchtigkeitsdichte vorherrscht.

Aus dem gleichen Grund können wir auch Lichtquellen auf der Erde nur bedingt weit sehen, bei nebligem Wetter wird die Sichtweite nochmals erheblich verkürzt.

Aufgabe 4

(10 Punkte)

a) Konstruktion der Abbildung:

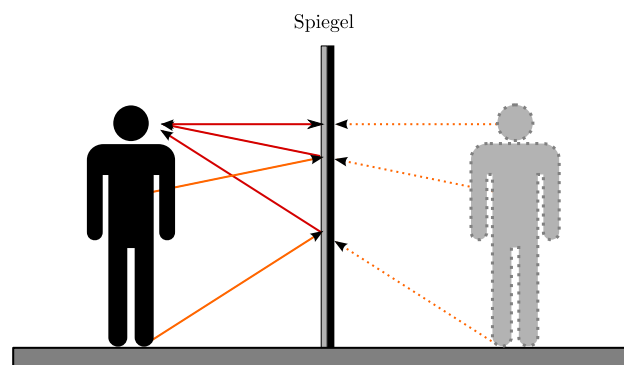


Abbildung 2: Konstruktion der Abbildung am Spiegel.

Nimmt man an, dass sich die Augen der Person an der höchsten Stelle befinden, muss der Spiegel die halbe Höhe der Person besitzen, also 87cm. In diesem Fall wird ein Lichtstrahl vom oberen Ende am Spiegel senkrecht reflektiert, ein Strahl vom tiefsten Punkt aber genau auf halber Höhe der Person reflektiert.

b) Der Spiegel muss natürlich noch immer die Höhe 87cm besitzen, der senkrecht reflektierte Strahl befindet sich aber auf Höhe der Augen (160cm).

Ein Lichtstrahl aus einer Höhe von 0cm wird jetzt bei 80cm Höhe reflektiert. Ein Lichtstrahl aus dem höchsten Punkt (174cm) wird auf halber Höhe zwischen Auge und Scheitel reflektiert, bei 167. Der Spiegel muss folglich auf einer Höhe von 80cm angebracht sein, die Höhe für eine vollständige Abbildung ist wieder $80\text{cm} + 7\text{cm} = 87\text{cm}$.

- c) Da bei der Reflexion an einer ebenen Fläche der Einfallswinkel immer gleich dem Ausfallswinkel ist, schneidet der Lichtstrahl von einem beliebigen Punkt des Bildes zum Auge stets exakt in der Mitte (auf halber Höhe zwischen Bildpunkt und Auge). Die Entfernung vom Spiegel ist völlig unerheblich.
- d) Es handelt sich um ein virtuelles Bild, es entsteht durch die gedachte Verlängerung der Lichtstrahlen, die ins Auge fallen. Das Bild lässt sich nicht auf einem Schirm einfangen.

Aufgabe 5

(5 Punkte)

Aus dem Snelliusschen Brechungsgesetz kann man die beiden Fälle direkt ablesen:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin(\beta) = \sin(\alpha) \frac{n_1}{n_2}$$

Für gleiche Ein- und Ausfallswinkel gilt also

$$\sin(\beta) = \sin(\alpha) \frac{n_1}{n_2} = \sin(\alpha)$$

Die beiden möglichen Fälle sind

1. senkrechter Einfall $\sin(\alpha) = \sin(\beta) = 0$ oder
2. identische Brechungsindizes $n_1 = n_2 \Rightarrow n_1/n_2 = 1$

Beim senkrechten Einfall wird der Strahl teilweise reflektiert, bei gleichen Brechungsindizes gibt es keine Änderung der Materialien - und damit auch keinen Grund für Reflexion.