Musterlösungen Statistik

Schlechte Statistik des *Daily Express*

Die in der Geschichte angegebene Wahrscheinlichkeit, dass drei Kinder an einem *vorher festgelegten* Datum geboren werden ist

$$\frac{1}{365 \cdot 365 \cdot 365} = \frac{1}{48.627.125}$$

- nicht die angegebene. Gemeint ist aber die Wahrscheinlichkeit, dass drei Kinder an einem gemeinsamen Datum geboren sind - für das erste Kind ist das Datum nicht festgelegt, also

$$\frac{1}{1 \cdot 365 \cdot 365} = \frac{1}{133.225}.$$

1. Ravensburg - Hamburg und zurück

Berechnet wird das harmonische Mittel

$$\bar{x_H} = \frac{1}{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + ... + \frac{1}{x_n}\right)},$$

für die Fahrt nach Hamburg und zurück also

$$\bar{x_H} = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{120} + \frac{1}{80}\right)} = 96$$

(angegeben in km/h).

2. Italienisches Essen

(a) Statistische Einheit sind Giovannis Kunden, Merkmale sind Speisen und Getränke. Die Merkmalsausprägungen sind die vom Kunden bestellten Gerichte und Getränke, beispielsweise 'Rotwein' oder 'Pizza'.

(b) Darstellung der Daten im Stab- oder Balkendiagramm.

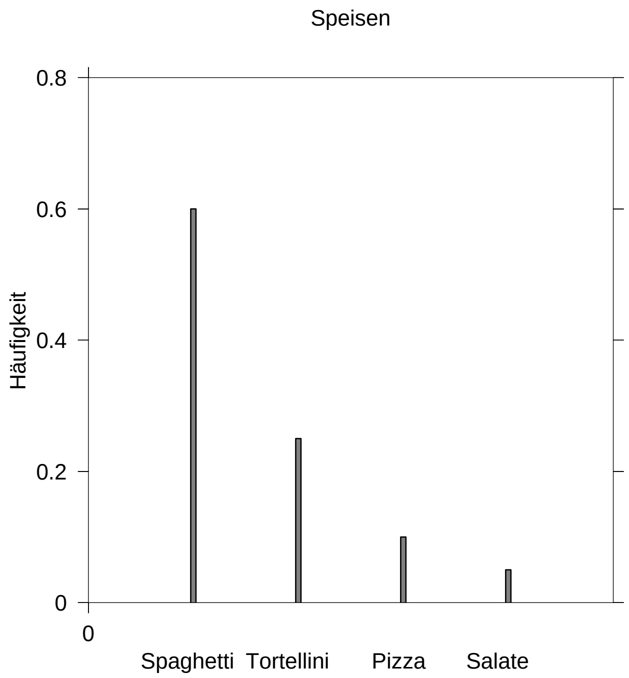

Abbildung 1: Stabdiagramm als Beispiel für die grafische Darstellung

(c) Ereignis A: Kunde bestellt Spaghetti, $P(A) = 0,6$.
Ereignis B: Kunde bestellt Rotwein, $P(B) = 0,7$.
Ereignis C: Kunde bestellt Spaghetti und Rotwein, $P(C) = P(A) \cdot P(B) = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42 = 42\%$.
Ereignis D: Kunde bestellt Spaghetti, aber keinen Rotwein, $P(D) = P(A) \cdot (1 - P(B)) = 0,6 \cdot (1 - 0,7) = 0,6 \cdot 0,3 = 0,18 = 18\%$.

(d) Die relative Häufigkeit für eine Spaghettilänge größer oder gleich 80cm ist $0,15 + 0,05 = 0,2 = 20\%$.
Das arithmetische Mittel (in cm) muss mit den Klassenmitten gerechnet werden (wegen der Angabe relativer Häufigkeiten wird nicht durch die Gesamtzahl geteilt):

$$\bar{x} = 0,15 \cdot 20 + 0,25 \cdot 50 + 0,4 \cdot 70 + 0,15 \cdot 90 + 0,05 \cdot 110 = 61$$

(e) Der Median (in cm) entfällt auf die 3.Klasse $]60;80]$:

$$\bar{x}_Z = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \cdot \frac{F(\bar{x}_Z) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)}$$

$$= 60 + (80 - 60) \cdot \frac{0,5 - 0,45}{0,85 - 0,45} = 62,5.$$

Das obere Quartil (das 0,75-Quantil) entfällt ebenfalls auf die 3.Klasse $]60;80]$ - damit ist die Berechnung relativ einfach, es muss in der Formel lediglich $F(\bar{x}_Z)$ durch $F(\bar{x}_{0,75})$ ersetzt werden:

$$\bar{x}_{0,75} = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \cdot \frac{F(\bar{x}_{0,75}) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)}$$

$$= 60 + (80 - 60) \cdot \frac{0,75 - 0,45}{0,85 - 0,45} = 75$$

Bankkunden

Das arithmetische Mittel ist

$$\bar{x} = \frac{1}{40} \cdot (13 \cdot 1 + 10 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 6) = \frac{65}{40} = 1,625.$$

Der geordnete Vektor der Daten sieht folgendermaßen aus: (0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,4,4,6), der Median lässt sich bei einem Vektor von 40 Zahlen aus dem 20. und dem 21. Wert berechnen:

$$\bar{x_Z} = \frac{x_{20} + x_{21}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$$

und der Modus ist die Merkmalsausprägung, die am Häufigsten auftritt, also ebenfalls

$$\bar{x_M} = 1.$$

Walddrosseln

Einteilung der Messwerte in Klassen:

Klasse (g)	$]25-30]$	$]30-36]$	$]36-45]$	$]45-51]$
Anzahl	3	15	2	4
Klassenbreite (g)	5	6	9	6
Dichte	$\frac{3}{5}$ = 0,6	$\frac{15}{6}$ = 2,5	$\frac{2}{9}$ = 0,22	$\frac{4}{6}$ = 0,667

Daraus kann durch Auftragen von Dichte f_i^* über dem Gewicht das Histogramm erstellt werden:

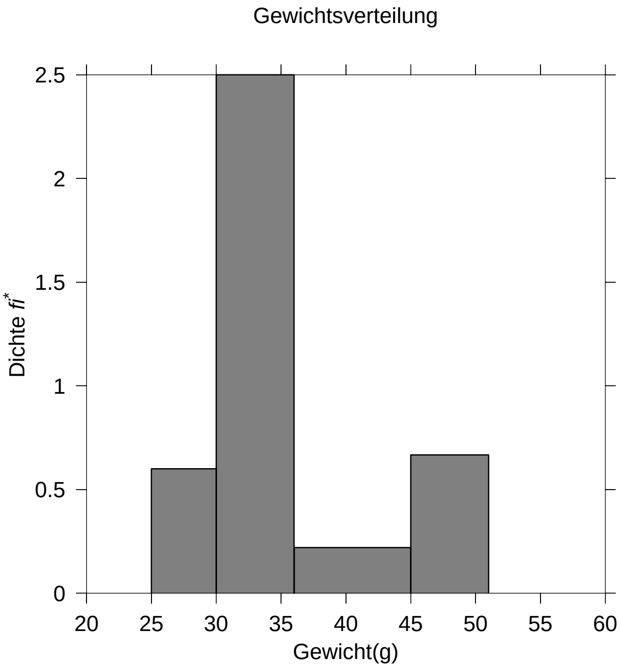

Abbildung 2: Histogramm des Gewichts von Walddrosseln

Geld regiert die Welt

1-Cent-Münze:

$$\bar{d} = \frac{1}{9}\left(3 \cdot 16,25 + 16,21 + 16,22 + 16,30 + 16,24 + 16,19 + 16,23\right) = 16,24$$

$$s_d^2 = \frac{1}{9}\left(3 \cdot 16,25^2 + 16,21^2 + 16,22^2 + 16,30^2 + 16,24^2 + 16,19^2 + 16,23^2\right) - 16,24^2 = 0,00086$$

Standardabweichung $s_d = +\sqrt{s_d^2} = 0,03$

2-Cent-Münze:

$$\bar{d} = \frac{1}{9}(3 \cdot 18,75 + 18,74 + 18,82 + 18,71 + 18,72 + 18,77 + 18,79) = 18,76$$

$$s_d^2 = \frac{1}{9}\left(3 \cdot 18,75^2 + 18,74^2 + 18,82^2 + 18,71^2 + 18,72^2 + 18,77^2 + 18,79^2\right) - 18,76^2 = 0,00102$$

Standardabweichung $s_d = +\sqrt{s_d^2} = 0,03$

Durchschnittlicher Mietpreis

Merkmal X: Mietpreis in Taler, Merkmal Y: Mietpreis in Euro. Umrechnung mittels linearer Transformation

$$X \text{ (in Taler) } = 1,95583 \cdot Y \text{ (in Euro)}$$

$$Y \text{ (in Euro) } = \frac{X \text{ (in Taler)}}{1,95583}$$

Damit ergibt sich für das arithmetische Mittel in Euro

$$\bar{y} = \frac{\bar{x}}{1,95583} = 9,20$$

und für die Varianz in Euro^2

$$s_Y^2 = \frac{s_X^2}{1,95583^2} = 0,847$$