

Musterlösung zur Klausur Statistik

WMS14A

Oettinger 06.2015

Zeit: 60Min.

Insgesamt erreichbare Punktzahl: 100.

Aufgabe 1

- (a) Der Median teilt die Menge der Merkmalswerte in zwei Teile gleicher Größe, er ist das 50%-Quantil.
- (b) Für eine unimodale, nicht symmetrische Verteilung gilt stets, dass der Median und der Modus sich unterscheiden - falsch.
- (c) Die Varianz ist eine Summe quadratischer Größen, sie kann nur positive Werte annehmen - richtig.
- (d) Das arithmetische Mittel kann bei negativen Merkmalsausprägungen auch negative Werte annehmen - falsch.
- (e) richtig, ein nominales Merkmal besitzt keine natürliche Rangfolge, es kann keine Zahl sein.

Aufgabe 2

- a) natürlich gilt jede Farbe.
- b) Unter der Annahme, dass auch 00000 eine gültige ID-Nummer ist, kann jede Stelle mit 10 Ziffern (0 - 9) besetzt werden. Also sind

$$A = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100000$$

verschiedene IDs möglich.

- c) Für die erste Stelle gibt es 10 Möglichkeiten (0 bis 9), für die zweite noch 8, für die dritte 7 ...

$$A = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30240.$$

Aufgabe 3

- a) Die benötigten Daten:

Einkommen in Talern	Klassenbreite in Tausend Talern	Häufigkeit	relativ	kumuliert	Dichte
]0-500]	0,5	9	0,09	0,09	18
]500-1000]	0,5	13	0,13	0,22	26
]1000-1500]	0,5	32	0,32	0,54	64
]1500-2000]	0,5	41	0,41	0,95	82
]2000-3000]	1,0	3	0,03	0,98	3
]3000-5000]	2,0	2	0,02	1,0	1

Histogramm der Einkommen:

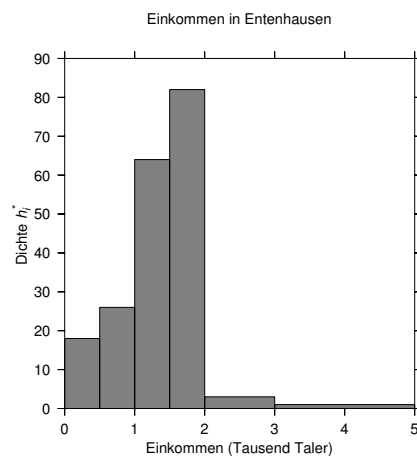


Abbildung 1: Einkommensverteilung in Entenhausen

- b) arithmetisches Mittel (in Tausend Taler):

$$\bar{x} = \frac{1}{100}(0,25 \cdot 9 + 0,75 \cdot 13 + 1,25 \cdot 32 + 1,75 \cdot 41 + 2,5 \cdot 3 + 4,0 \cdot 2) = \frac{139,25}{100} = 1,39$$

50% der befragten Personen werden in der 3.Klasse erreicht, der Median (in Tausend Taler) ist

$$F(\bar{x}_Z) = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \frac{F(\bar{x}_Z) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)} = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \frac{F(0,5) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)}$$

$$1 + (1,5 - 1) \cdot \frac{0,5 - 0,22}{0,54 - 0,22} = 1,44.$$

Der Median ist etwas größer - die Verteilung scheint leicht rechtssteil.

Aufgabe 4

Vollständige gemeinsame Häufigkeitstabelle der beiden Merkmale X und Y und relative Werte:

Y	1	2	3	Summe
X				
1	8	2	6	16
2	16	4	12	32
3	8	2	6	16
Summe	32	8	24	64

Y	1	2	3	$f_X(X)$
X				
1	1/4	1/4	1/4	1/4
2	1/2	1/2	1/2	1/2
3	1/4	1/4	1/4	1/4
$f_Y(Y)$	1	1	1	1

- Die Spalten sowie die Randverteilung der rechten Tabelle sind identisch \implies die Merkmale X und Y sind stochastisch unabhängig.
- Bei $f(x_i|Y = 2)$ handelt es sich um relative Häufigkeiten bzw. Wahrscheinlichkeiten (Die Summe muss eins ergeben!):
 $f(x_i|Y = 2) = (1/4, 1/2, 1/4)$
- Varianz $s^2(X|Y = 2) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$. Benötigt wird das arithmetische Mittel

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i = (1/4 \cdot 1 + 1/2 \cdot 2 + 1/4 \cdot 3) = 2$$

oder

$$\bar{x} = \frac{1}{1/2} (1/8 \cdot 1 + 1/4 \cdot 2 + 1/8 \cdot 3) = 2 \cdot \left(\frac{1+4+3}{8} \right) = 2$$

$$s^2(X|Y = 2) = \sum_{i=1}^3 (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i = (1-2)^2 \cdot \frac{1}{4} + (2-2)^2 \cdot \frac{1}{2} + (3-2)^2 \cdot \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 5

Geeignete Mittelwerte.

1. Eine Stunde 50 km/h, 1 Stunde und 15 Minuten 40 km/h.
Die Gesamtzeit sind 2 Stunden und 15 Minuten, die zurückgelegte Strecke $s = 1\text{h}\cdot 50\text{km/h} + 1,25\text{h}\cdot 40\text{km/h} = 100\text{km}$.
Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h:

$$\bar{v} = \frac{100}{2,25} = 44,4\bar{4}.$$

Das ist das harmonische Mittel der Geschwindigkeiten (in km/h):

$$\bar{v} = \frac{1}{1/2(\frac{1}{50} + \frac{1}{40})} = 44,4\bar{4}$$

2. Wenn Ted eine mittlere Geschwindigkeit von 60 km/h fahren will, benötigt er für die insgesamt 8 km Weg eine Zeit von $8/60\text{ h} = 8\text{ min}$. Da er aber für den Rückweg von 4km bereits eine Zeit von $4/30\text{ h} = 8\text{min}$ einplant, kann er die geplante Durchschnittsgeschwindigkeit nicht erreichen.
3. Geometrisches Mittel:
 $\bar{x}_G = \sqrt[3]{(1 + 0,1) \cdot (1 + 0,15) \cdot (1 - 0,0005)} - 1 = 8,13\%$
4. Insgesamt befragte Personen: $100 + 1000 = 1100$. Für die Abschaffung sind $60 + 380 = 440$. Also sind $440/1100 = 40\%$ dafür.

Aufgabe 6

Nominale/ordinale/kardinale Merkmale:

- (a) Körpergröße: kardinal
- (b) Farbe: nominal
- (c) Felgenreöße: kardinal
- (d) Qualität von Vorlesungen: ordinal