

# Musterlösung zur Klausur Statistik

WTM11

Oettinger 03.2011

Zeit: 90Min.

Insgesamt erreichbare Punktzahl: 55, 100%: 50 Punkte.

## Aufgabe 1

- (a) Der Median entspricht dem 50%-Quantil, nicht dem 25%-Quantil - falsch.
- (b) Für eine unimodale, symmetrische Verteilung gilt stets, dass der Median und der Modus denselben Wert annehmen - richtig.
- (c) Die Varianz kann nur positive Werte annehmen - richtig.
- (d) Das arithmetische Mittel kann auch negative Werte annehmen - falsch.
- (e) Ein Merkmal ist entweder metrisch oder stetig, d.h. es gibt kein Merkmal, das gleichzeitig metrisch und stetig ist - falsch.

## Aufgabe 2

5-stellige ID-Nummern für den neu gegründeten Paketdienst, Berechnung unter der vereinfachenden Annahme, dass auch 00000 als ID-Nummer zulässig sein soll:

- (a) Jede beliebige Farbe.

- (b) Anzahl  $A$  aller möglichen Kombinationen für 5-stellige Nummern:  
 Jede Stelle kann mit  $0 \dots 9$  besetzt werden.  $A = 10^5$  (unter der Annahme, dass auch 00000 als ID-Nummer zählt).
- (c) Soll keine Nummer mit einer Null beginnen, gibt es für die erste Stelle nur 9 Möglichkeiten ( $1 \dots 9$ ).  $A = 9 \cdot 10^4$ .
- (d) Keine Ziffer soll zweimal vorkommen (Berechnung unter der Annahme, dass eine führende Null erlaubt ist): für die erste Stelle gibt es 10 Möglichkeiten, für die zweite 9, für die dritte 8 usw.  
 $A = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30240$

### Aufgabe 3

Die Summe der Vorfälle ist 56,  $n = 7$  und damit

$$\bar{x} = 56/7 = 8.$$

Zur Bestimmung des Medians werden die Daten in Form eines geordneten Vektors dargestellt:

$$\{x_i\} = (4, 5, 6, 8, 10, 11, 12)$$

Der Median  $\bar{x}_Z$  ist der Wert  $x_4$ , also  $\bar{x}_Z = 8$ .

Die Varianz berechnet sich wie folgt:

$$\begin{aligned} s_x^2 &= \frac{1}{7}(4^2 + 5^2 + 6^2 + 8^2 + 10^2 + 11^2 + 12^2) - 8^2 \\ &= 8,286, \end{aligned}$$

damit ergibt sich die Standardabweichung

$$s_x = |\sqrt{s_x^2}| = 2,878$$

und der Variationskoeffizient

$$v_x = \frac{s_x}{\bar{x}} = \frac{2,878}{8} = 0,36.$$

Die Daten lassen sich über die Variationskoeffizienten vergleichen (keine Berechnung gefordert: der Variationskoeffizient der weltweiten Daten ist  $v_y = 0,214$ ).

## Aufgabe 4

Vollständige gemeinsame Häufigkeitstabelle der beiden Merkmale  $X$  und  $Y$  und relative Werte:

$X \backslash Y$	1	2	3	Summe
1	8	2	6	16
2	16	4	12	32
3	8	2	6	16
Summe	32	8	24	64

$X \backslash Y$	1	2	3	$f_X(X)$
1	1/4	1/4	1/4	1/4
2	1/2	1/2	1/2	1/2
3	1/4	1/4	1/4	1/4
$f_Y(Y)$	1	1	1	1

- Die Spalten sowie die Randverteilung der rechten Tabelle sind identisch  $\implies$  die Merkmale  $X$  und  $Y$  sind stochastisch unabhängig.
- Bei  $f(x_i|Y = 2)$  handelt es sich um relative Häufigkeiten bzw. Wahrscheinlichkeiten (Die Summe muss eins ergeben!):  
 $f(x_i|Y = 2) = (1/4, 1/2, 1/4)$

- Varianz  $s^2(X|Y = 2) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$ . Benötigt wird das arithmetische Mittel

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i = (1/4 \cdot 1 + 1/2 \cdot 2 + 1/4 \cdot 3) = 2$$

oder

$$\bar{x} = \frac{1}{1/2} (1/8 \cdot 1 + 1/4 \cdot 2 + 1/8 \cdot 3) = 2 \cdot \left( \frac{1+4+3}{8} \right) = 2$$

$$\begin{aligned} s^2(X|Y = 2) &= \sum_{i=1}^3 (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i = (1-2)^2 \cdot \frac{1}{4} + (2-2)^2 \cdot \frac{1}{2} + (3-2)^2 \cdot \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

## Aufgabe 5

Geeignete Mittelwerte.

1. Eine Stunde 50 km/h, 1 Stunde und 15 Minuten 40 km/h.  
 Die Gesamtzeit sind 2 Stunden und 15 Minuten, die zurückgelegte Strecke  $s = 1\text{h}\cdot 50\text{km/h} + 1,25\text{h}\cdot 40\text{km/h} = 100\text{km}$ .  
 Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h:

$$\bar{v} = \frac{100}{2,25} = 44,4\bar{4}.$$

Das ist das harmonische Mittel der Geschwindigkeiten (in km/h):

$$\bar{v} = \frac{1}{1/2(\frac{1}{50} + \frac{1}{40})} = 44,4\bar{4}$$

2. Geometrisches Mittel:

$$\bar{x}_G = \sqrt[3]{(1 + 0,1) \cdot (1 + 0,15) \cdot (1 - 0,0005)} - 1 = 12,44\%$$

3. Es werden Durchschnittsgeschwindigkeiten gemittelt  $\implies$  harmonisches Mittel. Ganz einfach: die Gesamtstrecke von 1000km wurde in der Gesamtzeit von (2+5+3) Stunden zurückgelegt, also  $\bar{v} = \frac{1000}{10} = 100$  km/h.
4. Insgesamt befragte Personen: 100 + 1000 = 1100. Für die Abschaffung sind 60 + 380 = 440. Also sind 440/1100 = 40% dafür.

## Aufgabe 6

Nominale/ordinale/kardinale Merkmale:

- (a) Körpergröße: kardinal
- (b) Farbe: nominal
- (c) Felgenreöße: kardinal
- (d) Qualität von Vorlesungen: ordinal